

ГЛАВА 2.
Методический анализ результатов ЕГЭ
по МАТЕМАТИКЕ (ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ)

РАЗДЕЛ 1. ХАРАКТЕРИСТИКА УЧАСТНИКОВ ЕГЭ
ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ

1.1. Количество участников ЕГЭ по учебному предмету (за 3 года)

Таблица 2-1

2023 г.		2024 г.		2025 г.	
чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
1582	42,97	1417	40,94	1624	44,05

1.2. Процентное соотношение юношей и девушек, участвующих в ЕГЭ (за 3 года)

Таблица 2-2

Пол	2023 г.		2024 г.		2025 г.	
	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
Женский	621	39,25	551	38,88	653	40,21
Мужской	961	60,75	866	61,12	971	59,79

1.3. Количество участников экзамена в регионе по категориям (за 3 года)

Таблица 2-3

Категория участника	2023 г.		2024 г.		2025 г.	
	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
ВТГ, обучающихся по программам СОО	1575	99,56	1413	99,72	1619	99,69

ВТГ, обучающихся по программам СПО	6	0,38	4	0,28	5	0,31
ВПЛ	1	0,06	0	0,00	0	0,00

1.4. Количество участников экзамена в регионе по типам ОО

Таблица 2-4

№ п/п	Категория участия	2023 г.		2024 г.		2025 г.	
		чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
1.	выпускники СОШ	814	51,68	679	48,05	822	50,77
2.	выпускники СОШ с УИОП	288	18,28	302	21,37	316	19,52
3.	выпускники гимназий	158	10,03	154	10,90	190	11,74
4.	выпускники лицеев	306	19,43	272	19,25	283	17,48
5.	выпускники кадетских школ	9	0,57	6	0,42	8	0,49

1.5. Количество участников ЕГЭ по учебному предмету по АТЕ региона

Таблица 2-5

№ п/п	Наименование АТЕ	Количество участников ЕГЭ по учебному предмету	% от общего числа участников в регионе
1.	МО ГО «Сыктывкар»	548	33,74
2.	МО ГО «Воркута»	113	6,96
3.	МО «Вуктыл»	29	1,79
4.	МО «Инта»	58	3,57
5.	МР «Печора»	80	4,93
6.	МР «Сосногорск»	67	4,13
7.	МО «Усинск»	92	5,67
8.	МО «Ухта»	291	17,92
9.	МР «Ижемский»	24	1,48
10.	МР «Княжпогостский»	29	1,79
11.	МР «Койгородский»	8	0,49

12.	МР «Корткеросский»	30	1,85
13.	МР «Прилузский»	12	0,74
14.	МР «Сыктывдинский»	22	1,35
15.	МР «Сысольский»	18	1,11
16.	МР «Троицко-Печорский»	11	0,68
17.	МР «Удорский»	17	1,05
18.	МР «Усть-Вымский»	38	2,34
19.	МР «Усть-Куломский»	31	1,91
20.	МР «Усть-Цилемский»	13	0,80
21.	ГОУ РК «Лицей для одаренных детей»	21	1,29
22.	ГОУ «КРЛ при СГУ»	20	1,23
23.	ГОУ РК «ФМЛИ»	49	3,02
24.	ГПОУ «Гимназия искусств при Главе Республики Коми»	3	0,18

1.6. ВЫВОДЫ о характере изменения количества участников ЕГЭ по учебному предмету

В сдаче ЕГЭ по математике профильного уровня в текущем году приняли участие 1624 чел., что на 207 чел. больше, чем в 2024 году.

В 2025 году по сравнению с 2023 и 2024 годами увеличилась доля участников экзамена по математике профильного уровня от общего числа участников ЕГЭ в регионе на 1,08% и 3,11% соответственно. Данное повышение можно объяснить профориентационными предпочтениями самих выпускников: продолжение обучения в вузах по направлениям и специальностям, связанным с экономикой, промышленностью, транспортом, IT-технологиями и др., где требуются результаты ЕГЭ по математике профильного уровня.

Анализ по гендерному признаку показал, что соотношение юношей и девушек, участвующих в ЕГЭ по математике профильного уровня остается неизменным: процентное соотношение юношей в 1,5 раза больше, чем девушек. Такое соотношение можно характеризовать с позиции выбора будущей профессии: девушки в своем дальнейшем профессиональном образовании чаще, чем юноши, выбирают направления, не требующие наличия специальной математической подготовки.

Как видно из представленных статистических данных (*таблица 2-3*), соотношение участников ЕГЭ по категориям в 2025 году по сравнению с предшествующим периодом не изменилось. Традиционно основная (более 99%) категория участников экзамена – выпускники текущего года, обучающиеся по программам среднего общего образования. Остается незначительной (менее 1%) доля выпускников текущего года, обучающихся по программам СПО.

Анализ количества участников экзамена по типам ОО (*таблица 2-4*) показал, что в текущем году наибольшую долю участников экзамена по математике профильного уровня составляют выпускники СОШ (50,77%). Отмечается по сравнению с 2024 годом

несущественное (менее чем на 2%) снижение количества участников экзамена среди выпускников СОШ с УИОП и лицеев. Доля выпускников кадетских школ в общей численности участников экзамена остается незначительной (менее 1%).

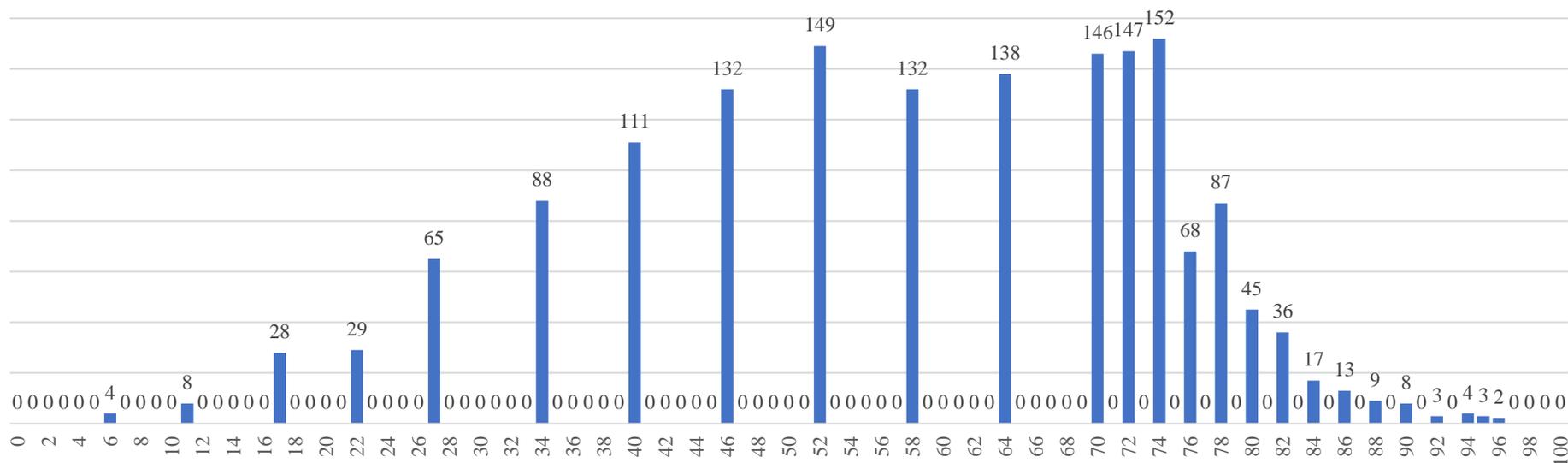
Количество участников ЕГЭ по математике коррелируется с численностью выпускников в муниципальных образованиях. Ежегодно наибольшее количество выпускников приняли участие в ЕГЭ по математике профильного уровня в МО ГО «Сыктывкар» – 548 чел., что составляет 33,74% (2024 г. – 34,92%) от общего числа участников экзамена в регионе.

Всего в муниципальных образованиях городских округов, в том числе в МО ГО «Сыктывкар», МО ГО «Воркута», ГО «Вуктыл», МО ГО «Инта», МО ГО «Усинск», МО ГО «Ухта», в ЕГЭ по математике профильного уровня приняли участие 1131 чел., что составляет 69,64% от общего числа участников. Доля выпускников образовательных организаций муниципальных районов республики и государственных образовательных организаций составила 23,15% и 5,72% соответственно.

Таким образом, на основании представленных статистических данных можно сделать вывод о том, что в целом количественные показатели участников ЕГЭ по математике (профильный уровень) в республике в 2025 году существенно не отличается от показателей предыдущих лет.

РАЗДЕЛ 2. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЕГЭ ПО ПРЕДМЕТУ

2.1. Диаграмма распределения тестовых баллов участников ЕГЭ по предмету в 2025 г.



2.2. Динамика результатов ЕГЭ по предмету за последние 3 года

Таблица 2-6

№ п/п	Участников, набравших балл	Год проведения ГИА		
		2023 г.	2024 г.	2025 г.
1.	ниже минимального балла, %	6,81	3,53	4,25
2.	от минимального балла до 60 баллов, %	42,75	26,16	41,69
3.	от 61 до 80 баллов, %	45,96	48,31	48,21
4.	от 81 до 100 баллов, %	4,48	22,00	5,85
5.	Средний тестовый балл	56,44	67,02	59,40

2.3. Результаты ЕГЭ по учебному предмету по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки**2.3.1. в разрезе категорий участников ЕГЭ**

Таблица 2-7

№ п/п	Категории участников	Доля участников, у которых полученный тестовый балл			
		ниже минимального	от минимального балла до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1.	ВТГ, обучающиеся по программам СОО	4,26	41,51	48,36	5,87
2.	ВТГ, обучающиеся по программам СПО	0,00	100,00	0,00	0,00
3.	ВПЛ	0,00	0,00	0,00	0,00
4.	Участники экзамена с ОВЗ	14,29	57,14	21,43	7,14

2.3.2. в разрезе типа ОО

Таблица 2-8

№ п/п	Тип ОО	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1.	СОШ	822	6,20	48,91	43,31	1,58
2.	СОШ с УИОП	316	3,16	44,30	49,05	3,48
3.	гимназии	190	3,68	43,68	46,84	5,79
4.	лицеи	283	0,35	14,13	64,31	21,20
5.	кадетские школы	8	0,00	87,50	12,50	0,00

2.3.3. юношей и девушек

Таблица 2-9

№ п/п	Пол	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1.	женский	653	3,37	38,28	54,36	3,98
2.	мужской	971	4,84	43,98	44,08	7,11

2.3.4. в сравнении по АТЕ

Таблица 2-10

№ п/п	Наименование АТЕ	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1.	МО ГО «Сыктывкар»	548	2,74	44,16	48,18	4,93
2.	МО ГО «Воркута»	113	6,19	40,71	49,56	3,54
3.	МО «Вуктыл»	29	6,90	41,38	51,72	0,00

№ п/п	Наименование АТЕ	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
4.	МО «Инта»	58	0,00	39,66	53,45	6,90
5.	МР «Печора»	80	6,25	47,50	37,50	8,75
6.	МР «Сосногорск»	67	5,97	49,25	43,28	1,49
7.	МО «Усинск»	92	4,35	34,78	58,70	2,17
8.	МО «Ухта»	291	5,15	39,86	49,14	5,84
9.	МР «Ижемский»	24	0,00	33,33	66,67	0,00
10.	МР «Княжпогостский»	29	6,90	58,62	34,48	0,00
11.	МР «Койгородский»	8	0,00	62,50	37,50	0,00
12.	МР «Корткеросский»	30	0,00	70,00	30,00	0,00
13.	МР «Прилузский»	12	25,00	33,33	41,67	0,00
14.	МР «Сыктывдинский»	22	9,09	45,45	40,91	4,55
15.	МР «Сысольский»	18	5,56	38,89	50,00	5,56
16.	МР «Троицко-Печорский»	11	9,09	54,55	36,36	0,00
17.	МР «Удорский»	17	5,88	70,59	23,53	0,00
18.	МР «Усть-Вымский»	38	15,79	39,47	44,74	0,00
19.	МР «Усть-Куломский»	31	3,23	51,61	41,94	3,23
20.	МР «Усть-Цилемский»	13	0,00	69,23	23,08	7,69
21.	ГОУ РК «Лицей для одаренных детей»	21	0,00	0,00	76,19	23,81
22.	ГОУ «КРЛ при СГУ»	20	0,00	15,00	75,00	10,00

№ п/п	Наименование АТЕ	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
23.	ГОУ РК «ФМЛИ»	49	0,00	4,08	51,02	44,90
24.	ГПОУ «Гимназия искусств при Главе Республики Коми»	3	0,00	0,00	100,00	0,00

2.4. Выделение перечня ОО, продемонстрировавших наиболее высокие и низкие результаты ЕГЭ по предмету

2.4.1. Перечень ОО, продемонстрировавших наиболее высокие результаты ЕГЭ по предмету

Таблица 2-11

№ п/п	Наименование ОО	Количество ВТГ, чел.	Доля ВТГ, получивших тестовый балл			
			от 81 до 100 баллов	от 61 до 80 баллов	от минимального балла до 60 баллов	ниже минимального
1.	ГОУ РК «ФМЛИ»	49	44,90	51,02	4,08	0,00
2.	МОУ «Лицей № 1» г. Ухта	16	37,50	62,50	0,00	0,00

2.4.2. Перечень ОО, продемонстрировавших низкие результаты ЕГЭ по предмету

Таблица 2-12

№ п/п	Наименование ОО	Количество ВТГ, чел.	Доля ВТГ, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального балла до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1.	МАОУ «СОШ № 7» г. Сыктывкар	11	27,27	36,36	36,36	0,00
2.	МОУ «СОШ № 12» г. Воркута	10	20,00	50,00	30,00	0,00
3.	МБОУ «СОШ № 2» г. Усинска	11	18,18	45,45	36,36	0,00

№ п/п	Наименование ОО	Количество ВТГ, чел.	Доля ВТГ, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального балла до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
4.	МАОУ «СОШ № 31» г. Сыктывкар	11	18,18	45,45	36,36	0,00

2.5. ВЫВОДЫ о характере изменения результатов ЕГЭ по предмету

На основании анализа приведенной статистической информации и результатов ЕГЭ предыдущих лет можно сделать следующие выводы.

В текущем году средний тестовый балл составил 59,4, что на 7,62 меньше, чем в 2024 году, но на 3 выше показателя 2023 года. Значительно (более чем в 3 раза) уменьшилась по сравнению с 2024 годом доля «высокобалльников». В тоже время доля участников экзамена, получивших тестовый балл ниже минимального, существенно не изменилась (2024 г. – 3,53%, 2025 г. – 4,25%).

В 2025 году нет участников экзамена, получивших максимальный балл (100) (2023 г. – 2 чел., 2024 г. – 3 чел.).

Результаты по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки в разрезе категорий участников свидетельствуют о том, что выпускники текущего года, обучающиеся по программам среднего общего образования, традиционно сдают экзамен по математике лучше, чем выпускники текущего года, обучающиеся по программам СПО, что подтверждается статистическими данными, представленными в *таблице 2-7*. Можно отметить, что в 2025 году 100% выпускников СПО, участвующих в ЕГЭ по математике профильного уровня, получили тестовый балл выше минимального.

Проведенный анализ результатов ЕГЭ по математике с учетом типа образовательной организации показал, что самые высокие результаты ежегодно демонстрируют обучающиеся лицеев и гимназий: доля участников, получивших тестовый балл в интервале от 61 до 100 баллов, составила 85,51% и 52,63% соответственно. Вместе с тем в данных образовательных организациях в текущем году по сравнению с 2024 годом значительно сократилась доля «высокобалльников» – на 18,13% в гимназиях и на 45,34% в лицеях.

Наибольшая доля участников экзамена, получивших тестовый балл ниже минимального, отмечается среди выпускников СОШ (6,2%). Все выпускники кадетских школ, участвующие в ЕГЭ по математике, получили по результатам экзамена тестовый балл выше минимального. В остальных образовательных организациях доля выпускников, не преодолевших минимальный «порог», колеблется от 0,35% до 3,68%.

Результаты экзамена по гендерному признаку показали, что девушки успешнее справляются с экзаменом. Так, доля девушек, получивших тестовый балл ниже минимального, на 1,47% ниже, чем у юношей. В тоже время у юношей доля «высокобалльников» в 1,8 раза выше, чем у девушек.

Сравнение основных результатов экзамена в разрезе АТЕ показало следующее:

– традиционно высокие результаты демонстрируют выпускники государственных образовательных организаций: ГОУ РК «ФМЛИ», ГОУ РК «Лицей для одаренных детей», ГОУ «КРЛ при СГУ». Одна из причин подобного результата – это увеличенное количество часов, выделяемых на изучение предмета в старших классах в данных ОО;

– все участники экзамена получили тестовые баллы выше минимального только в 4-х муниципальных образованиях: МР «Ижемский», МР «Койгородский», МР «Корткеросский», МР «Усть-Цилемский». Необходимо отметить, что в муниципальных образованиях МР «Корткеросский», МР «Усть-Цилемский» на протяжении двух лет все участники экзамена получают положительные результаты;

– самая высокая доля участников ЕГЭ, получивших тестовый балл ниже минимального, отмечается в МР «Прилузский» (25%);

– низкие результаты (доля обучающихся, получивших тестовый балл ниже минимального, выше, а доля «высокобалльников» существенно ниже, чем в среднем по региону) продемонстрировали участники экзамена в следующих АТЕ: МО ГО «Воркута», МО «Вуктыл», МР «Сосногорск», МР «Княжпогостский», МР «Сыктывдинский», МР «Троицко-Печорский», МР «Удорский», МР «Усть-Вымский».

Перечни образовательных организаций, продемонстрировавших наиболее высокие и низкие результаты ЕГЭ по предмету, представлены в таблицах 2-11 и 2-12.

В 2025 году отмечается противоречивая динамика изменения результатов: с одной стороны, прослеживается положительная динамика по отдельным показателям, характеризующим успешность сдачи экзамена, с другой стороны – отмечается увеличение доли участников, получивших тестовый балл ниже минимального, и снижение среднего тестового балла по региону. Рассматриваемые результаты экзамена свидетельствуют о неоднородности уровня подготовки контингента участников экзамена.

Можно предположить, что положительная динамика по отдельным показателям обусловлена целенаправленной и системной работой методических служб различного уровня.

Причинами отрицательной динамики отдельных показателей результатов ЕГЭ могут являться:

– периоды дистанционного обучения, которые выпускники переживали в ходе обучения в 10 и 11 классах в связи с неблагоприятными погодными метеословиями,

– недостаточный уровень качества преподавания математики на уровне среднего общего образования,

– изменение содержания некоторых заданий КИМ и их сложность решения.

Несмотря на изменения отдельных показателей, общие выводы и результаты экзамена сопоставимы с выводами и результатами предыдущих лет.

Раздел 3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ КИМ

3.1. Анализ выполнения заданий КИМ

3.1.1. Статистический анализ выполнения заданий КИМ в 2025 году

3.1.1.1. Основные статистические характеристики выполнения заданий КИМ в 2025 году

Основные статистические характеристики выполнения заданий в целом представлены в Таб. 2-13. Информация о результатах оценивания выполнения заданий, в том числе в разрезе данных о получении того или иного балла по критерию оценивания выполнения каждого задания КИМ, представлена в Таб. 2-14.

Таблица 2-13

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Коми в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
1.	Умение оперировать понятиями: плоский угол, площадь фигуры, подобные фигуры; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы	Б	89,74	39,44	83,86	94,82	96,94

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Коми в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
2.	Умение оперировать понятиями: вектор, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, скалярное произведение, угол между векторами	Б	95,33	50,70	91,00	98,86	97,96
3.	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, величина угла, плоский угол, двугранный угол, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, объем фигуры, площадь поверхности; умение использовать геометрические отношения при решении задач; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии	Б	56,63	16,90	38,29	69,95	89,80

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Коми в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
4.	Умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность	Б	99,57	87,32	96,57	99,12	100,00
5.	Умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, комбинаторные факты и формулы	П	65,72	19,72	44,43	82,20	95,92
6.	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов	Б	97,42	54,93	94,43	99,49	100,00
7.	Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений	Б	71,81	4,23	46,86	93,43	100,00

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Коми в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
8.	Умение оперировать понятиями: функция, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, производная функции, первообразная; находить уравнение касательной к графику функции; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций; находить площади фигур с помощью интеграла	Б	73,89	4,23	54,43	91,79	93,88
9.	Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов	П	83,54	14,08	71,57	94,82	100,00

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Коми в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
10.	Умение решать текстовые задачи разных типов, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов	II	71,07	14,08	45,86	92,17	97,96
11.	Умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений	II	67,94	1,41	40,86	91,04	100,00
12.	Умение оперировать понятиями: экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций	II	79,79	15,49	65,00	93,06	97,96
13.	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов	II	44,35	0,00	6,14	73,80	96,43

14.	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, отрезок, луч, величина угла, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; площадь фигуры, объем фигуры, многогранник, поверхность вращения, площадь поверхности, сечение; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения; использовать геометрические отношения при решении задач; находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии	П	2,01	0,00	0,10	1,01	24,49
15.	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов	П	11,30	0,00	0,07	14,08	73,47

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Коми в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
16.	Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; умение решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из области управления личными и семейными финансами	II	15,76	0,00	0,43	21,59	84,18
17.	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, отрезок, луч, величина угла; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии, использовать геометрические отношения при решении задач; умение находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы	II	5,16	0,00	0,19	3,49	56,12

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Коми в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
18.	Умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами	В	1,31	0,00	0,00	1,01	13,52

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Коми в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
19.	Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; умение оперировать понятиями: множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел, остаток по модулю; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное; умение выбирать подходящий метод для решения задачи	В	0,46	0,00	0,04	0,19	5,87
<p>Всего заданий – 19; из них по типу заданий: с кратким ответом – 12; с развернутым ответом – 7; по уровню сложности: Б – 7; П – 10; В – 2. Максимальный первичный балл за работу – 32. Общее время выполнения работы – 3 часа 55 минут (235 минут).</p>							

Таблица 2-14

Номер задания / критерия оценивания в КИМ	Количество полученных первичных баллов	Процент участников экзамена в Республике Коми, получивших соответствующий первичный балл за выполнения задания в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки			
		в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б., %	в группе от 61 до 80 т.б., %	в группе от 81 до 100 т.б., %
1-1	0	59,42	15,95	5,24	3,16
1-1	1	40,58	84,05	94,76	96,84
1-2	0	47,83	7,98	1,15	2,11
1-2	1	52,17	92,02	98,85	97,89
1-3	0	84,06	62,63	30,27	10,53
1-3	1	15,94	37,37	69,73	89,47
1-4	0	11,59	3,1	0,77	0
1-4	1	88,41	96,9	99,23	100
1-5	0	82,61	55,69	17,88	4,21
1-5	1	17,39	44,31	82,12	95,79
1-6	0	46,38	5,61	0,51	0
1-6	1	53,62	94,39	99,49	100
1-7	0	95,65	53,47	6,64	0
1-7	1	4,35	46,53	93,36	100
1-8	0	95,65	45,94	8,17	6,32
1-8	1	4,35	54,06	91,83	93,68
1-9	0	85,51	26,88	5,11	0
1-9	1	14,49	73,12	94,89	100
1-10	0	88,41	54,06	7,92	2,11
1-10	1	11,59	45,94	92,08	97,89
1-11	0	98,55	59,82	8,81	0
1-11	1	1,45	40,18	91,19	100

Номер задания / критерия оценивания в КИМ	Количество полученных первичных баллов	Процент участников экзамена в Республике Коми, получивших соответствующий первичный балл за выполнения задания в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки			
		в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б., %	в группе от 61 до 80 т.б., %	в группе от 81 до 100 т.б., %
1-12	0	85,51	33,09	6,9	2,11
1-12	1	14,49	66,91	93,1	97,89
2-13	0	100	92,02	20,95	2,11
2-13	1	0	3,99	9,83	3,16
2-13	2	0	3,99	69,22	94,74
2-14	0	100	99,7	97,06	58,95
2-14	1	0	0,3	2,81	25,26
2-14	2	0	0	0,13	0
2-14	3	0	0	0	15,79
2-15	0	100	99,85	82,5	22,11
2-15	1	0	0,15	6,77	10,53
2-15	2	0	0	10,73	67,37
2-16	0	100	99,41	75,22	13,68
2-16	1	0	0,3	5,87	5,26
2-16	2	0	0,3	18,9	81,05
2-17	0	100	99,41	92,72	27,37
2-17	1	0	0,59	5,49	22,11
2-17	2	0	0	0,26	1,05
2-17	3	0	0	1,53	49,47
2-18	0	100	100	95,91	65,26
2-18	1	0	0	4,09	27,37
2-18	2	0	0	0	2,11
2-18	3	0	0	0	1,05

Номер задания / критерия оценивания в КИМ	Количество полученных первичных баллов	Процент участников экзамена в Республике Коми, получивших соответствующий первичный балл за выполнения задания в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки			
		в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б., %	в группе от 61 до 80 т.б., %	в группе от 81 до 100 т.б., %
2-18	4	0	0	0	4,21
2-19	0	100	99,85	99,49	85,26
2-19	1	0	0,15	0,38	13,68
2-19	2	0	0	0,13	1,05

3.1.1.2. Выявление сложных для участников ЕГЭ заданий

- *Задания базового уровня (с процентом выполнения ниже 50)*

В 2025 году средний процент выполнения по всем заданиям базового уровня сложности составил выше 50%.

- *Задания повышенного и высокого уровня (с процентом выполнения ниже 15)*

Низкие результаты выполнения заданий повышенного и высокого уровня сложности участники экзамена продемонстрировали по пяти заданиям:

- Задание №14 (геометрическая задача по стереометрии) – 2,01%;
- Задание №15 (решение неравенства) – 11,3%;
- Задание №17 (геометрическая задача по планиметрии) – 5,16%;
- Задание №18 (задача с параметрами) – 1,31%;
- Задание №19 (задача на числовые свойства) – 0,46%.

- *Прочие задания*

Среди заданий базового уровня сложности самый низкий средний процент выполнения отмечается по заданию № 3 (задача по стереометрии) – 56,63.

3.1.1.3. Прочие результаты статистического анализа

Средний тестовый балл экзамена по математике в 2025 году составил 59,4 (2023 год – 56,44; 2024 год – 67,02). Снижение результатов ЕГЭ по математике в 2025 году по сравнению с 2024 годом можно объяснить изменением содержания заданий повышенной сложности.

В целом задания с кратким ответом выполнены успешно, что свидетельствует о том, что более 90% выпускников, сдававших профильный экзамен, овладели программой по математике за курс средней школы на хорошем уровне (сдали экзамен на 30 баллов и выше).

Итоги экзамена показывают, что задания с кратким ответом выполнены значительно лучше заданий с развернутым ответом.

Все задания базового уровня выполнены выше, чем на 50% (хуже всего выполнено задание № 3 – задача по стереометрии), задания повышенного уровня сложности с кратким ответом выполнены более чем на 65%. Задания 14, 15, 17, 18, 19 повышенного и высокого уровня сложности выполнены ниже, чем на 15%, задания 13, 16 повышенного уровня сложности выполнены от 15% до 45%.

Анализ выполнения заданий 2025 года.

Высокие средние показатели успешности (более 80%) участники экзамена в 2025 году продемонстрировали при решении следующих заданий:

задание 1 (уметь решать задачи планиметрии): 89,74%;

задание 2 (уметь выполнять преобразования с координатами векторов): 95,33%;

задание 4 (уметь строить и исследовать простейшие математические модели, вычислять вероятность): 99,57%;

задание 6 (уметь решать уравнения и неравенства): 97,42%;

задание 9 (уметь выполнять вычисления и преобразования по готовым формулам): 83,54%.

Данные задания проверяют умения решать уравнения и неравенства, выполнять вычисления и преобразования; строить и исследовать простейшие математические модели, применять простейшие геометрические факты к решению задач. Этот факт говорит о том, что у участников экзамена сформированы математические компетенции базового уровня.

Оставшиеся 7 заданий первой части (3, 5, 7, 8, 10, 11, 12) с кратким ответом решены со средним показателем успешности (56,63% – 79,79%).

Традиционно успешность выполнения заданий с развернутым ответом является более низкой по сравнению с заданиями с кратким ответом. Наилучший результат успешности среди этих заданий участники показали при выполнении задания 13 (решить уравнение и отобрать корни, принадлежащие заданному промежутку). Средний процент выполнения данного задания в 2025 году составляет 44,35% (2023 год – 34,59%; 2024 год – 45,8%).

На втором месте по уровню успешности – задание 16 (задача с экономическим содержанием): 15,76% (2023 год – 7,16%; 2024 год – 26,01%).

Далее по уровню успешности следует задание 15 (решить дробно-рациональное неравенство) – 11,3% (2023 год – 13,89%; 2024 год – 24,98%).

Остальные задания по уровню успешности можно представить в следующем порядке:

- задание 17 (планиметрия), средний процент – 5,16% (2023 год – 2,68%; 2024 год – 8,49%).
- задание 14 (стереометрия), средний процент – 2,01% (2023 год – 0,5%; 2024 год – 1,09%);
- задание 18 (задача с параметрами) равен 1,31% (2023 год – 4,87%; 2024 год – 6,66%);
- задание 19 (действия с натуральными числами и работа со свойствами чисел), средний процент его выполнения – 0,46% (2023 год – 25,76%; 2024 год – 38,29%).

Задания высокого уровня сложности и геометрические задачи традиционно имеют низкую успешность выполнения. Как показывают результаты, практически у всех участников ЕГЭ проявляется доминирование знаний по алгебре над знаниями по геометрии.

Рассмотрим выполнение экзаменационной работы участниками с разным уровнем математической подготовки среди ВТГ, обучающихся по программам СОО.

Группа с минимальным уровнем математической подготовки (не преодолели минимальный балл).

Сравнение результатов выполнения заданий в группе участников экзамена, не преодолевших минимальный балл (Б – более 50%; П, В – более 15% выделены жирным шрифтом):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2023	34,55	18,18	32,73	3,64	47,27	5,45	9,09	30,91	18,18	9,09	5,45	0	0	0	0,91	0	0	2,73	---
2024	32,73	23,64	10,91	65,45	7,27	67,27	3,64	9,09	18,18	21,82	14,55	3,64	0	0	0	0	0	0	5,45
2025	39,44	50,7	16,9	87,32	19,72	54,93	4,23	4,23	14,08	14,08	1,41	15,49	0	0	0	0	0	0	0

В 2025 году участники, не преодолевшие минимальный балл, хуже справились с заданиями с тестовым и развернутым ответом по сравнению с 2024 годом, процент не преодолевших порог в сравнении с прошлым годом почти не изменился. Таким образом, можно сделать вывод, что учащиеся недостаточно успешно освоили базовые задания по алгебре, геометрии и теории вероятности. Осложнения традиционно составляют геометрические задачи и задачи повышенного уровня сложности (начала математического анализа, уравнения и неравенства).

Группа участников, получивших тестовый балл от минимального балла до 60 баллов (удовлетворительный уровень математической подготовки).

Сравнение результатов выполнения заданий в группе участников экзамена, получивших тестовый балл от минимального балла до 60 баллов (Б – более 50%; П, В – более 15% выделены жирным шрифтом):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2023	64,53	45,16	90,94	68,43	94,47	77,36	61,89	61,26	49,56	41,89	35,72	4,84	0	0,06	0,25	0	0,03	10,47	---
2024	75,84	71,29	28,23	89,95	58,61	96,17	17,22	30,14	57,66	60,53	60,77	37,08	4,31	0	0,36	0,24	0,08	0	24,04
2025	83,86	91	38,29	96,57	44,43	94,43	46,86	54,43	71,57	45,86	40,86	65	6,14	0,1	0,07	0,43	0,19	0	0,04

В 2025 году участники данной группы продемонстрировали недостаточную подготовку в задании 3, 5 и 7 (базового уровня). Все остальные задания первой части выполнены примерно на том же уровне, хуже выполнены задания 8, 10, 11 на решение уравнения, решение текстовой задачи и применения свойств функции к решению задач. Из заданий второй части с развернутым ответом наилучший результат выпускники показали при выполнении задания 13 – 6,14% (2023 год – 4,84%; 2024 год – 4,31%), все остальные задания выполнены ниже 1%.

Группа участников, получивших тестовый балл от 61 до 80 баллов (хороший уровень математической подготовки).

Сравнение результатов выполнения заданий в группе участников экзамена, получивших тестовый балл от 61 балла до 80 баллов (П, В – более 15% выделены жирным шрифтом):

	13	14	15	16	17	18	19
2023	0,41	21,85	9,54	2,71	4,77	39,65	---
2024	51,87	0,1	15,35	18,37	2,59	1,08	39,84
2025	73,8	1,01	14,08	21,59	3,49	1,01	0,19

Среди первых двенадцати заданий с кратким ответом все задания имеют высокий процент выполнения (более чем 80%), кроме заданий 3 (геометрическая задача по стереометрии – 69,95%).

Среди заданий с развернутым ответом участники данной группы традиционно лучше всего выполняют задание 13 – 73,8% (2023 – 63,19%; 2024 год – 51,87%). Стоит отметить, что в 2025 году уменьшился процент выполнения задания 19 (с 39,84% до 0,19%). Задания с геометрическим содержанием (14, 17) и задание 18 (параметры) повышенного и высокого уровня сложности остаются с низким процентом выполнения, на том же уровне в сравнении с предыдущим годом.

Группа участников, получивших тестовый балл от 81 до 100 баллов (отличный уровень математической подготовки).

Сравнение результатов выполнения заданий в группе участников экзамена, получивших тестовый балл от 81 балла до 100 баллов (П, В – более 15% выделены жирным шрифтом):

	13	14	15	16	17	18	19
2023	7,02	93,42	62,5	32,89	60,86	73,36	---
2024	94,21	4,93	82,96	81,19	34,08	28,94	58,2
2025	96,43	24,49	73,47	84,18	56,12	13,52	5,87

Высокий процент (более 80%) выполнения заданий первой части с кратким ответом и заданий 13, 15, 16 (решение уравнений, неравенств и задание экономического содержания) очевиден. Хуже выполнены задания геометрического содержания (14, 17) и задания высокого уровня сложности (18, 19), их процент выполнения находится в интервале от 5% до 60%. Значительно увеличился процент выполнения стереометрической задачи и существенно снизился процент выполнения заданий высокого уровня сложности.

3.1.2. Содержательный анализ выполнения заданий КИМ

К сложным относятся задания базового уровня с процентом выполнения ниже 50% и задания повышенного и высокого уровня сложности с процентом выполнения ниже 15%. В 2025 году к таким заданиям можно отнести:

задание 15 (решить дробно-рациональное неравенство), средний процент – 11,3%;

задание 17 (планиметрия), средний процент – 5,16%;

задание 14 (стереометрия) – 2,01%;

задание 18 (задача с параметрами) – 1,31%;

задание 19 (действия с натуральными числами и работа со свойствами чисел), средний процент его выполнения – 0,46%;

Показатели выполнения заданий по содержательным разделам изучения математики представлен в таблице 2-15.

Таблица 2-15

Содержательный раздел	Номер заданий в работе	Количество заданий	Средний процент выполнения в 2024	Средний процент выполнения в 2025
Алгебра	7,16,19	3	39,47	29,34
Уравнения и неравенства	6,10,13,15,18	5	51,68	45,09
Функции	9,11	2	77,8	75,74
Начала математического анализа	8,12	2	67,03	76,84
Геометрия	1,2,3,14,17	5	48,56	49,77
Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	4,5	2	87,33	82,65

Из представленных данных видно, что ежегодно низкий процент выполнения отмечается по заданиям из раздела алгебра, уравнения и неравенства, геометрия.

Разберем основные ошибки в решении сложных заданий и заданий второй части с развернутым ответом, на примере варианта № 310.

13 а) Решите уравнение

$$1 - \cos 2x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{3} - 2 \sin(x - \pi).$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$.

Средний процент выполнения данного задания – 44,35%.

Проверка экзаменационных работ членами республиканской предметной комиссии выявила следующие наиболее распространенные ошибки при выполнении данного задания. При отборе корней по единичной окружности не подписывается точка на окружности (вычисляется аналитически); при отборе используется два способа отбора: при помощи единичной окружности (не подписываются верно точки) и перебором (не полный перебор); не выделяется дуга при отборе по окружности, соответственно не подписываются концы отрезка, на котором происходит отбор; неверное решение простейшего тригонометрического уравнения, путаница с определением основного угла и периода; при преобразовании тригонометрического выражения неверно применялась формула приведения и основное тригонометрическое тождество, также присутствовали арифметические ошибки. Непонимание решения тригонометрического уравнения, после замены возвращаются к $x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$. К недочетам можно отнести и то, что получившийся в результате ответ учащиеся не сокращали, например $\frac{-16\pi}{6}$. В решении присутствует запись о верно найденных корнях, а в ответ записывается ошибочное число. Вышеперечисленные ошибки являются традиционными. В целом следует отметить, что с этим заданием приступившие к нему участники справились.

14 Плоскость α перпендикулярна плоскости основания $ABCD$ правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ и пересекает ребро SA в точке K . Сечение пирамиды плоскостью α является правильным треугольником площадью $4\sqrt{3}$.

а) Докажите, что плоскость α перпендикулярна прямой AC .

б) В каком отношении точка K делит ребро SA , считая от точки S , если объём пирамиды равен $18\sqrt{3}$?

Средний процент выполнения данного задания – 2,01%.

Геометрические задачи традиционно вызывают затруднения у обучающихся. Задание 14 представляет собой задачу по стереометрии, в первой части которой необходимо провести доказательные рассуждения, а во второй – найти отношение отрезков.

Основные сложности у выпускников возникали при доказательстве перпендикулярности плоскостей и перпендикулярности прямой и плоскости, учащиеся путали признак перпендикулярности и свойства перпендикулярности; невнимательно читали условие задачи и неверно находили отношение отрезков не 1:3, а 3:1. Также встречались арифметические ошибки в вычислениях или неверная подстановка найденных отрезков.

15 Решите неравенство
$$\frac{8x^3 - 4x^2 - 2x + 1}{16x^2 - 4 \cdot 4^{x^2} + 4} \leq 0.$$

Средний процент выполнения данного задания – 11,3%.

Типичные ошибки при решении данного неравенства: неверное разложение на множители знаменателя из-за вычислительных ошибок при нахождении корней квадратного уравнения; потеря квадрата при разложении на множители; избавление от знаменателя без обоснования – выделения полного квадрата; после замены переменной осуществление перехода не к неравенствам, а к уравнениям; также при замене переменной предъявлялась числовая прямая для вновь введенной переменной, а участники экзамена брали ее за x ; неверная расстановка числовых значений на числовой прямой; неверная расстановка знаков на числовой прямой с учетом корня четной кратности; потеря корня четной кратности; неверное преобразование дробно-рационального выражения. К недочету можно отнести оставление в ответе выражения, содержащего логарифм ($\log_8 2$); неверное решение уравнения в ОДЗ, которое не влияет на решение неравенства. При проверке работ ЕГЭ с развернутым ответом эксперты обращают внимание на логику и верность рассуждений, участник волен сам выбирать способ решения, но при этом не смешивать методы решения.

- 16 15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 12 млн рублей на 48 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
 - к 15 декабря 2030 года кредит должен быть полностью погашен.
- Чему равно r , если общая сумма платежей в 2030 году составит 3195 тыс. рублей?

Средний процент выполнения данного задания – 15,76%.

В задании 16 традиционными являются арифметические и алгебраические ошибки при решении уравнений; непонимание условия задачи, из-за чего строилась неверная математическая модель; брали сумму выплат за весь период кредитования, а не за последние 12 месяцев; путали единицы измерения, вследствие чего получали неверный ответ. К недочетам можно отнести предоставление ответа в виде дробно-рационального выражения, не досчитанного до конца; применялась готовая формула переплат, без введения переменных, используемых в формуле.

- 17 В четырёхугольник $KLMN$ вписана окружность с центром O . Эта окружность касается стороны MN в точке A . Известно, что $\angle MNK = 90^\circ$, $\angle LMN = \angle KLM = 60^\circ$.
- а) Докажите, что точка A лежит на прямой LO .
б) Найдите длину стороны MN , если $LA = 3$.

Средний процент выполнения данного задания – 5,16%.

В основном авторы решений путались при доказательстве пункта а), в пункте б) многие верно находили числовое значение длины стороны. К основным ошибкам можно отнести: неверное построение чертежа; путаница в буквах; при дополнительных построениях биссектриса безосновательно принимали за медиану или высоту, также допускались вычислительные ошибки.

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение
- $$\left(|x - a^2| + |x + 1|\right)^2 - 7\left(|x - a^2| + |x + 1|\right) + 4a^2 + 4 = 0$$
- имеет ровно два различных корня.

Средний процент выполнения данного задания – 1,31%.

Многие учащиеся видели повторяющийся элемент в уравнении, и после введения замены переходили к решению квадратного уравнению без учета сложной замены. При нахождении дискриминанта далее не проводили проверку при дискриминанте равно нулю. После нахождения корней уравнения неверно использовали свойства квадратичной функции. Неверно интерпретировали относительно параметра график получившегося выражения. При решении алгебраически допускали арифметические ошибки. В отдельных решениях рассматривались не все возможные случаи решения уравнения. К типичной ошибке можно отнести неверную интерпретацию относительно найденных значений параметра.

- 19 На доске записано 10 натуральных чисел, среди которых нет одинаковых. Оказалось, что среднее арифметическое любых трёх, четырёх, пяти или шести чисел из записанных является целым числом. Одно из записанных чисел равно 30 033.
- а) Может ли среди записанных на доске чисел быть число 303?
 - б) Может ли отношение двух записанных на доске чисел равняться 31?
 - в) Отношение двух записанных на доске чисел является квадратом натурального числа n . Найдите наименьшее возможное значение n .

Средний процент выполнения данного задания – 0,46%.

Традиционно эту задачу пытаются решить все участники экзамена. В основном участники экзамена не понимали суть задания, проверяли среднее арифметическое только для трех чисел и оставляли без внимания среднее арифметическое четырех, пяти и шести чисел. Пытались приводить примеры к данному заданию под пунктом а). Более подготовленные учащиеся использовали понятия mod и сравнивали остатки от деления, при этом рассматривали не все возможные случаи.

3.1.3. Анализ метапредметных результатов обучения, повлиявших на выполнение заданий КИМ

В ходе государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования выявляется сформированность следующих метапредметных результатов.

Овладение универсальными учебными познавательными действиями:

1) базовые логические действия:

- самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать ее всесторонне
- устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения
- выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях

2) базовые исследовательские действия:

- владеть навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем
- способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания
- формирование научного типа мышления, владение научной терминологией, ключевыми понятиями и методами
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях

- выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения
- анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях
- разрабатывать план решения проблемы с учетом анализа имеющихся материальных и нематериальных ресурсов
- уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности
- уметь интегрировать знания из разных предметных областей

3) работа с информацией:

- владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления
- создавать тексты в различных форматах с учетом назначения информации и целевой аудитории, выбирая оптимальную форму представления и визуализации

Овладение универсальными коммуникативными действиями:

- осуществлять коммуникации во всех сферах жизни
- аргументированно вести диалог, уметь смягчать конфликтные ситуации
- развернуто и логично излагать свою точку зрения с использованием языковых средств

Овладение универсальными регулятивными действиями:

1) самоорганизация:

- самостоятельно осуществлять познавательную деятельность, выявлять проблемы, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях
- самостоятельно составлять план решения проблемы с учетом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений
- делать осознанный выбор, аргументировать его, брать ответственность за решение

2) самоконтроль:

- вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям

3) принятие себя и других людей:

- принимать мотивы и аргументы других людей при анализе результатов деятельности
- развивать способность понимать мир с позиции другого человека

Задания повышенного уровня сложности геометрического содержания и задания высокого уровня сложности имеют низкий процент решения из-за сложности материала, а также сложности корректного, правильного, логичного преподнесения решения данных заданий. Данные задания требуют индивидуальный подход и самостоятельный поиск решения. В результате освоения программы по математике на уровне среднего общего образования у обучающегося будут сформированы метапредметные результаты, характеризующиеся овладением

универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями и универсальными регулятивными действиями. Основными ошибками являются вычислительные ошибки, что говорит о недостаточном уровне сформированности следующих умений: анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность; уметь оценивать риски и своевременно принимать решения по их снижению; низкая читательская грамотность. Также низкие результаты выпускники показали при решении геометрических задач и задачи с параметрами высокого уровня сложности, что говорит о слабой сформированности умений: решать проблемы, используя навыки учебно-исследовательской деятельности; самостоятельного поиска методов решения практических задач, применению различных методов решения.

На результаты выполнения обучающимися заданий по математике могла повлиять недостаточная сформированность отдельных метапредметных умений.

Проанализируем группу *универсальных учебных познавательных действий*.

1) базовые логические действия

В задании 16 (повышенный уровень) необходимо самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать ее всесторонне. Низкая успешность выполнения данного задания (средний процент – 15,76%, в 2024 – 26,01%, в 2023 – 7,16%, динамика отрицательная), в группе не преодолевших минимальный балл – 0% (в 2024 – 0%, в 2023 – 0,91%), свидетельствует о недостаточной сформированности данного умения у большинства обучающихся.

В заданиях 8, 18 необходимо умение устанавливать существенный признак или основания для сравнения, обобщения.

При этом с заданием 8 (базовый уровень) успешно справились 73,89% (в 2024 – 63,34%, в 2023 – 75,1%, динамика положительная) обучающихся, однако в группе не преодолевших минимальный балл – только 4,23% (в 2024 – 9,09%, как и в 2023 г., динамика отрицательная).

При выполнении задания 18 (высокий уровень) смогли успешно справиться 1,31% (в 2024 – 6,66%) в группе не преодолевших минимальный балл – 0% (как и в 2024, 2023 г.), динамика отрицательная.

Результаты выполнения заданий свидетельствуют о низком уровне сформированности умения устанавливать существенный признак или основания для сравнения, обобщения.

Задания 4, 5, 19 требуют умения выявлять закономерности в рассматриваемых явлениях и на этой основе устанавливать вероятность события.

Если с заданием 4 (базовый уровень) успешно справляются 99,57% (в 2024 – 95,15%, в 2023 – 91,23%) обучающихся, в группе не преодолевших минимальный балл – 87,32% (в 2024 – 65,45%, в 2023 – 32,73%), динамика положительная, с заданием 5 (повышенный уровень) – 65,72% (в 2024 – 79,52%, в 2023 – 77,64%), динамика отрицательная, в группе не преодолевших минимальный балл – 19,72% (в 2024 – 7,27%, в 2023 – 3,64%, динамика положительная), то в задании 19 (высокий уровень) только 0,46% (в 2024 – 38,29%, в 2023 – 25,76%) обучающихся не допустили ошибок, в группе не преодолевших минимальный балл – 0% (в 2024 – 5,45%, в 2023 – 2,73%), динамика отрицательная.

По данным результатам можно заключить, что умения выявлять закономерности в рассматриваемых явлениях и на этой основе устанавливать вероятность события на низком уровне сформированы в группе обучающихся, не преодолевших минимальный балл. В остальных группах обучающихся данные умения сформированы на среднем и ниже среднего уровнях. Отсутствие устойчивой позитивной динамики результатов может свидетельствовать о недостаточной целенаправленной работе учителей математики по формированию умений данной группы.

2) базовые исследовательские действия

Все задания требуют сформированного умения анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность.

В заданиях 8, 11 необходимо владеть навыками учебно-исследовательской деятельности (исследовать функцию). Задание 19 требует умения строить и исследовать простейшие математические модели.

Результаты выполнения данных заданий следующие:

- задание 8 (базовый уровень) успешно справились 73,89% (в 2024 – 63,34%, в 2023 – 75,31%, динамика положительная) обучающихся, в группе не преодолевших минимальный балл – 4,23% (в 2024 – 9,09%, как и в 2023 г., динамика отрицательная);

- задание 11 (повышенный уровень) – 67,94% (в 2024 – 84,44%, в 2023 – 63,92%, динамика отрицательная), в группе не преодолевших минимальный балл – 1,41% (в 2024 – 14,55%, в 2023 – 9,09%, динамика отрицательная);

- задание 19 (высокий уровень) – 0,46% (в 2024 – 38,29%, в 2023 – 25,76%, динамика отрицательная), в группе не преодолевших минимальный балл – 0% (в 2024 – 5,45%, в 2023 – 2,73%), отрицательная динамика у большинства обучающихся.

Несформированные навыки учебно-исследовательской деятельности в группе обучающихся, не преодолевших минимальный балл, привели к трудностям и ошибкам даже в заданиях базового уровня.

Задания 14, 17 (повышенный уровень) направлены на способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач геометрического содержания. Очень низкий уровень успешности их выполнения свидетельствует о несформированности данного умения у значительного числа обучающихся. С заданием 14 успешно справились 2,01% (в 2024 – 1,09%, в 2023 – 0,5%) обучающихся, с заданием 17 – 5,16% (в 2024 – 8,49%, в 2023 – 2,68%), при этом в группе не преодолевших минимальный балл и в группе от минимального до 60 т.б. – 0%.

Задание 16 (повышенный уровень) требует способности и готовности к самостоятельному поиску методов решения практических задач финансового характера. Низкий процент успешности выполнения данного задания (средний – 15,76%, в 2024 – 26,01%, в 2023 – 7,16%) свидетельствует о недостаточной сформированности данного метапредметного умения. Наличие отрицательной динамики может свидетельствовать об отсутствии целенаправленной работы учителей математики над формированием данных умений.

Задания 1, 3, 8 (базовый уровень), 11, 14 (повышенный уровень) требуют владения научной математической терминологией. Если с заданиями 1, 3, 8, 11 успешно справились от 56,63% до 89,74% (в 2024 – от 56% до 88%) обучающихся, что немногим лучше, чем в 2024 году, при этом в группе не преодолевших минимальный балл – от 1,41% до 39,44% (в 2024 – 9,09% до 32,73), то задание 14 вызвало значительные трудности у подавляющего числа обучающихся (средний процент выполнения – 2,01%, в 2024 – 1,09%).

В заданиях 14, 17 (повышенный уровень) необходимо умение выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений. Низкий процент успешности выполнения данных заданий свидетельствует о несформированности данных умений.

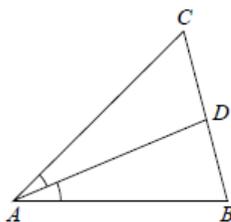
Задания 5, 9, 16 (повышенный уровень) основаны на сформированном умении переносить математические знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности. Средний процент успешности выполнения задания 5 – 65,72% (в 2024 – 79,52%, в 2023 – 77,64%, динамика отрицательная), в группе не преодолевших минимальный балл – 19,72% (в 2024 – 7,27%, в 2023 – 3,64%, динамика положительная), задания 9 – 83,54% (в 2024 – 71,19%, в 2023 – 74,42%, динамика положительная), в группе не преодолевших минимальный балл – 14,08% (в 2024 – 18,18%, в 2023 – 30,91%, динамика отрицательная), задания 16 – 15,76% (в 2024 – 26,01%, в 2023 – 7,16%, динамика отрицательная), в группе не преодолевших минимальный балл – 0% (в 2024 – 0%, в 2023 – 0,91%). Возникшие трудности свидетельствуют о недостаточной сформированности данного метапредметного умения и отсутствии целенаправленной работы учителей по его формированию.

В задании 9 (повышенный уровень) необходимо опираться на умение интегрировать знания из разных предметных областей – математики и физики. Средняя успешность его выполнения – 83,54% (в 2024 – 71,19%, в 2023 – 74,42%), в группе не преодолевших минимальный балл – 14,08% (в 2024 – 18,18%, в 2023 – 30,91%).

3) работа с информацией

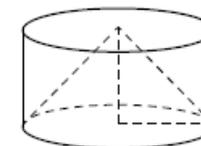
В ряде заданий информация представлена в графической форме: чертеж/схема (1,3), график (8,11).

- 1 В треугольнике ABC угол C равен 54° , AD — биссектриса, угол BAD равен 23° . Найдите величину угла ADB . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

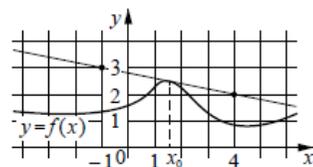
- 3 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности конуса равна $3\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.



Ответ: _____.

Если с заданиями 1 и 3 (базовый уровень) успешно справляются 89,74% (в 2024 – 88,81%, в 2023 – 75,13%) и 56,63% (в 2024 – 56,45%, в 2023 – 63,51%) обучающихся соответственно, при этом динамика отсутствует, то задания с графиками вызывают значительные трудности в группе не преодолевших минимальный балл – справились только 4,23% (в 2024 – 9,09%) и 1,41% (в 2024 – 14,55%) соответственно.

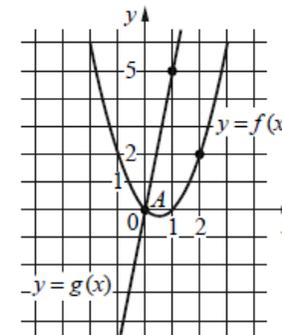
- 8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Выполнение заданий 14, 17 (повышенный уровень) требует умения представить текстовую информацию в графической форме (чертеж/схема), самостоятельно осуществить анализ и систематизацию информации. Крайне низкий процент успешности их выполнения – 2,01% (в 2024 – 1,09%, в 2023 – 0,50%) и 5,16 (в 2024 – 8,49%, в 2023 – 2,68%) соответственно – свидетельствует о несформированности данного умения. Отсутствие позитивной динамики позволяет сделать вывод об отсутствии целенаправленной работы учителей по развитию данного умения.

- 14 Плоскость α перпендикулярна плоскости основания $ABCD$ правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ и пересекает ребро SA в точке K . Сечение пирамиды плоскостью α является правильным треугольником площадью $4\sqrt{3}$.
- Докажите, что плоскость α перпендикулярна прямой AC .
 - В каком отношении точка K делит ребро SA , считая от точки S , если объём пирамиды равен $18\sqrt{3}$?

- 11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



- 17 В четырёхугольник $KLMN$ вписана окружность с центром O . Эта окружность касается стороны MN в точке A . Известно, что $\angle MNK = 90^\circ$, $\angle LMN = \angle KLM = 60^\circ$.
- Докажите, что точка A лежит на прямой LO .
 - Найдите длину стороны MN , если $LA = 3$.

Задания 14, 16, 17, 19 требуют сформированного умения создавать математические тексты с учетом назначения информации.

Успешность их выполнения низкая: задание 14 – 2,01% (в 2024 – 1,09%, в 2023 – 0,50%), 16 – 15,76% (в 2024 – 26,01%, в 2023 – 7,16%), 17 – 5,16% (в 2024 – 8,49%, в 2023 – 2,68%), 19 – 0,46% (в 2024 – 38,29%, в 2023 – 25,76%). Это свидетельствует о несформированности умения создавать математические тексты с учетом назначения информации. При этом отсутствие позитивной динамики может свидетельствовать о том, что учителя математики не проводят работу над формированием данных умений.

В группе *универсальных коммуникативных действий* представлено умение развернуто и логично излагать свою точку зрения с использованием языковых средств, на котором основано выполнение заданий 14, 16, 17, 19. Низкая успешность их выполнения свидетельствует о несформированности данного умения. При этом отсутствие позитивной динамики может свидетельствовать о том, что учителя математики не проводят работу над формированием данных умений.

Рассмотрим группу *универсальных регулятивных действий*.

1) самоорганизация

Все задания КИМ основаны на сформированных умениях самостоятельно осуществлять познавательную деятельность, выявлять проблемы, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях. Для успешного выполнения всех заданий необходимо сформированное умение самостоятельно составлять план решения проблемы с учетом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений. Низкие результаты свидетельствуют о недостаточной сформированности указанных метапредметных умений.

2) самоконтроль

Все задания требуют осуществления пошагового и итогового самоконтроля, умения вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям. Значительное число возникших у обучающихся трудностей и ошибок может быть обусловлено слабой сформированностью данных метапредметных умений.

Таким образом, результаты ЕГЭ по математике показали наличие ряда проблем в сформированности метапредметных умений у обучающихся, в том числе:

- недостаточный уровень сформированности навыков самоконтроля и саморегуляции, включая навыки внимательного прочтения текста задания, умения выделять необходимую для выполнения задания информацию, оценивать соответствие результата цели и условиям – познавательные и регулятивные УУД;
- недостаточный уровень сформированности навыков проведения логических рассуждений, выявления причинно-следственных связей, закономерностей и зависимостей при изучении явлений и процессов – логические УУД;
- недостаточный уровень сформированности умения интерпретировать информацию, представленную в графической и текстовой форме (сравнивать и обобщать данные, делать выводы, систематизировать) – познавательные УУД.
- недостаточно сформированное умение выразить свою точку зрения – коммуникативные УУД.

Анализ метапредметных результатов обучения, повлиявших на выполнение заданий КИМ, показал, что особого внимания требует работа учителей по обновлению методической системы обучения предметам (форм, приемов, методов и технологий обучения), содействующей продуктивному освоению школьниками отдельных универсальных учебных действий не только в урочной, но и во внеурочной деятельности.

3.1.4. Выводы об итогах анализа выполнения заданий, групп заданий:

- *Перечень элементов содержания / умений и видов деятельности, усвоение которых всеми школьниками региона в целом можно считать достаточным*

Статистические данные о выполнении работы в целом и отдельных заданий позволяют сделать вывод о том, что у участников экзамена освоены на достаточном уровне (более 50% на базовом уровне и более 15% на повышенном и высоком уровне) следующие элементы содержания/ умения и виды деятельности:

Алгебра/ преобразование и вычисление выражений, включающие арифметические операции: умение выполнять преобразования с логарифмическими выражениями; сравнивать выражения, содержащие логарифм; применять логику в высказываниях.

Уравнения и неравенства: умение решать показательные уравнения; умение применять готовую формулу к решению задачи и делать ее преобразования; составлять математическую модель при решении текстовой задачи и интерпретация решения уравнения в условиях задачи; решать тригонометрические уравнения; решать показательные неравенства.

Функции. Графики и диаграммы: умение применять свойства функции для создания алгебраической записи функции.

Начала математического анализа: умение оперировать понятиями функция, производная, определять значение аргумента, описывать по графику поведение и свойства функции.

Геометрия: умение использовать свойства окружности и свойства четырехугольника, вписанного в окружность при решении задач; умение находить координаты векторов и длину вектора, производить операции с векторами; умение находить объемы различных фигур.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятности: умение решать задачи используя теоремы вероятности и классическую формулу нахождения вероятности.

○ *Перечень элементов содержания / умений и видов деятельности, усвоение которых всеми школьниками региона в целом, школьниками с разным уровнем подготовки нельзя считать достаточным*

Статистические данные о выполнении работы в целом и отдельных заданий позволяют сделать вывод о том, что у участников экзамена не освоены на достаточном уровне следующие элементы содержания/ умения и виды деятельности:

Уравнения и неравенства: умение решать рациональные, квадратные уравнения с параметром и уравнения с модулем.

Геометрия: умение решать стереометрические и планиметрические задачи на нахождение геометрических величин, а также приводить доказательные рассуждения.

○ *Выводы об изменении успешности выполнения заданий разных лет по одной теме / проверяемому умению, виду деятельности (если это возможно сделать)*

В 2025 году выпускники образовательных организаций выполнили решение ряда заданий с развернутым ответом на достаточно высоком уровне (задание 13). Отмечается положительная динамика увеличения доли участников экзамена, получивших максимальные баллы за задание 14. Отрицательная динамика выполнения заданий по сравнению с 2023 и 2024 годами выявлена по заданиям № 15, 18 и 19. В текущем году по сравнению с 2024 годом снизился уровень выполнения заданий № 16 и 17. КИМ по математике в 2025 году не имел изменений во второй части. В целом результаты выполнения заданий второй части остаются примерно на одном уровне.

Таблица 2-16

Задание	Проверяемые умения	Средний процент выполнения		
		2023	2024	2025
13	Решать тригонометрическое, показательное, логарифмическое уравнение	34,59	45,8	44,35
14	Проводить доказательные рассуждения при решении задач; решать стереометрические задачи на нахождение геометрических величин, при этом использовать планиметрические факты и методы	0,5	1,09	2,01
15	Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства	13,89	24,98	11,3
16	Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономические; анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера	7,16	26,01	15,76
17	Проводить доказательные рассуждения при решении задач; решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин	2,68	8,49	5,16
18	Решать тригонометрическое, показательное, логарифмическое уравнение с параметрами; Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства с параметрами	4,87	6,66	1,31
19	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений	25,76	38,29	0,46

Основной проблемой математического образования остается низкая мотивация учащихся школ к изучению предмета (при этом стоит отметить, что учащиеся более осознанно стали подходить к выбору экзамена по математике профильного уровня).

Среди общих проблем следует отметить следующие: несформированность базовой логической культуры; недостаточные геометрические знания; недостатки в формировании пространственного мышления учащихся; неумение проводить анализ условия задачи, искать пути решения, применять известные алгоритмы в нестандартной ситуации; неумение находить собственные ошибки.

○ *Выводы о связи динамики результатов проведения ЕГЭ с использованием рекомендаций для системы образования Республики Коми и системы мероприятий, включенных с статистико-аналитические отчеты о результатах ЕГЭ по учебному предмету в предыдущие 2-3 года.*

Динамика результатов ЕГЭ по математике свидетельствует о том, что разработанные по итогам ЕГЭ 2024 года материалы и рекомендации еще недостаточно используются образовательными организациями и специалистами муниципальных органов управления образованием. При этом рост показателей качества выполнения отдельных заданий КИМ по математике позволяет предположить, что

педагоги отдельных образовательных организаций воспользовались представленными методическими рекомендациями, приняли их как руководство к практическому действию.

Анализ профессиональной активности педагогов каждого муниципального образования, ежемесячно осуществляемый ГОУДПО «КРИПО» на основании статистики участия в методических мероприятиях, заседаниях республиканских методических объединений, показывает, что активность большинства педагогов недостаточно высокая. Педагоги недостаточно используют те возможности, которые реализованы в содержании мероприятий дорожной карты: участие в мероприятиях в режиме онлайн-подключения для удаленных территорий, возможность просмотра видеозаписи офлайн в удобное время в сервисе «Видеозал», возможность задать вопросы и получить консультацию от специалистов, региональных и муниципальных методистов и др. При этом наблюдается взаимосвязь между низкой профессиональной активностью педагогов и низкими результатами обучающихся. В то же время отмечается повышение результатов в отдельных образовательных организациях и муниципальных образованиях, педагоги которых демонстрируют высокую профессиональную активность.

Раздел 4. РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ КОМИ

4.1. Рекомендации по совершенствованию организации и методики преподавания предмета в Республике Коми на основе выявленных типичных затруднений и ошибок

4.1.1. ...по совершенствованию преподавания учебного предмета всем обучающимся

○ Учителям

Определяющим фактором успешной сдачи ЕГЭ по профильной математике является целостное и качественное прохождение курса математики.

Учителям следует использовать результаты государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования в качестве диагностики сформированности базовых знаний и умений. В случаях необходимости корректировать календарно-тематическое планирование и эффективно использовать ресурсы уроков повторения и обобщения на основе глубокого анализа результатов текущего контроля и промежуточной аттестации как при преподавании математики в 9, 11 классах, так и в 5-8, 10 классах.

Итоговое повторение и завершающий этап подготовки к экзамену должны способствовать выявлению и ликвидации проблемных зон в знаниях обучающихся, закреплению имеющихся умений и навыков в решении задач, снижению вероятности ошибок.

Анализ итогов проверки заданий с развернутым ответом показывает, что к потере баллов приводит недостаток вычислительной культуры. Учителям следует обратить внимание на отработку безошибочного выполнения несложных преобразований и вычислений (в том числе на умение найти ошибку) практически всеми группами учащихся, а также обратить внимание на оформление заданий второй части (очень часто при верном ответе экспертами снижается балл из-за недостаточной обоснованности решения).

Особое внимание в преподавании математики следует уделять регулярному выполнению упражнений, развивающих базовые математические компетенции школьников (умение читать и верно понимать условие задачи, решать практические задачи, выполнять арифметические действия, простейшие алгебраические преобразования, действия с основными функциями и т.д.).

Педагогам рекомендуется включить в постоянную практику:

- разбор и коррекцию типичных ошибок, допущенных обучающимися при выполнении тренировочных и диагностических работ;
- выполнение разнотипных заданий;
- совместную разработку с учащимися алгоритмов выполнения заданий разных типов;
- разработку и решение заданий, связанных с применением теоретических знаний в практической, прикладной сфере.

Подготовка к ЕГЭ не заменяет регулярное и последовательное изучение курса математики, и поэтому в течение учебного года она уместна в качестве закрепления пройденного материала, педагогической диагностики и контроля и должна сопровождать, а не подменять полноценное преподавание курса средней школы.

В условиях проведения экзамена по математике в двух уровнях необходимо пересмотреть организацию учебного процесса в старшей школе. Главным залогом успеха в повышении качества математического образования должна стать правильная профилизация старшекласников, осознанный выбор уровня изучения математики и продолжения образования.

Учителям необходимо обязательно проводить входящую и текущую диагностику достижений каждого учащегося для индивидуального подхода в подготовке. Рекомендуется выделить группу обучающихся, показывающих по результатам диагностических работ низкие результаты, с которыми следует проводить корректирующие мероприятия, целенаправленно выделяя задания, наиболее доступные для выполнения. Для учащихся с высокой мотивацией к изучению математики возможна организация курсов по выбору и курсов внеурочной деятельности по математике в старшей школе для удовлетворения познавательных потребностей по решению заданий повышенного и высокого уровней сложности.

Необходимо усилить разъяснительную работу среди обучающихся и их родителей по выбору соответствующего уровня математической подготовки. Каждый ученик старшей школы должен понимать, в каком виде ему нужна математика: математика, необходимая для успешной жизни в современном мире; математика, необходимая для использования в дальнейшей учебе и профессиональной деятельности; математика как профессия (научная работа в математике и смежных научных областях).

Для успешной сдачи ЕГЭ следует увеличить долю изучения разделов геометрии в преподавании курса математики. При изучении курса геометрии следует повышать наглядность преподавания, уделять большее внимание формированию конструктивных умений и навыков. Важным является внедрение механизмов, позволяющих ликвидировать пробелы в изучении курса математики. Например, дополнительные занятия, занятия с применением информационных технологий и др. Необходимо заменить принцип «прохождение программы» на качественное усвоение знаний и умений на выбранном направлении подготовки.

При организации образовательного процесса по подготовке к ГИА необходимо руководствоваться нормативными документами, регулирующими проведение итоговой аттестации по математике, и методическими материалами, которые находятся на сайтах ФГБНУ «ФИПИ» (<https://fipi.ru/>) и Министерства просвещения Российской Федерации (<https://edu.gov.ru/>).

Необходимым условием успешной подготовки учащихся к сдаче ЕГЭ является, в первую очередь для учителя, изучение и осмысление нормативных документов: «Кодификатора элементов содержания КИМ» и «Спецификации экзаменационной работы по математике ЕГЭ».

Определяющим фактором успешной сдачи ЕГЭ по математике является целостное и качественное прохождение курса математики. Итоговое повторение и завершающий этап подготовки к экзамену способствуют выявлению и ликвидации проблемных зон в знаниях учащихся, закреплению имеющихся умений и навыков в решении задач, снижению вероятности ошибок. Для успешной сдачи ЕГЭ необходимо систематически изучать математику, развивать мышление, отрабатывать навыки решения задач различного уровня.

Основное внимание при подготовке учащихся к государственной итоговой аттестации должно быть сосредоточено на подготовке к выполнению первой части экзаменационной работы, поскольку спешное выполнение заданий этой части дает возможность обеспечить повторение значительно большего объема материала, который будет необходим и для выполнения заданий второй части, сосредоточить внимание учащихся на обсуждении «подходов» к решению тех или иных задач, выбору способов их решения и сопоставлению этих способов, проверке полученных ответов на правдоподобие и т.п. В процессе такой подготовки основной акцент должен быть сделан на

достижении осознанности знаний учащихся, на формировании умения применить полученные знания в практической деятельности, умения анализировать, сопоставлять, делать выводы, переносить умения в нестандартной ситуации.

Необходимо, чтобы учащийся предъявлял свои рассуждения, как материал для дальнейшего их анализа и обсуждения.

Выпускникам необходимо предлагать различные приемы, способы решения задач, теоретические материалы. В том числе те, которые не изучаются или изучаются поверхностно в школьном курсе, но дают возможность эффективно выполнять определенную группу заданий: сложные задачи с параметрами, функциональные методы решения уравнений и неравенств, методы теории многочленов, теории чисел, аналитической геометрии, математического анализа, линейной алгебры и другие. При изучении начал математического анализа следует смещать акцент с формальных вычислений на понимание базовых понятий.

При обучении следует больше внимания уделять темам вероятности и статистики, постепенно нарабатывая опыт преподавания этих разделов, которые оказываются наиболее практически направленными. Изучение вероятности и статистики требуется вести в тесной привязке к темам алгебры и геометрии, поскольку систематический подход к вопросам теории вероятностей требует от обучающихся знаний о свойствах геометрической прогрессии, преобразованиях многочленов, корнях и степенях, площадях фигур.

Важно формировать математическую культуру учащихся путем развития у учащихся навыков устной и письменной математической речи, осознанного усвоения знаний учащихся.

Особое внимание в преподавании математики следует уделить регулярному выполнению упражнений, развивающих базовые математические компетенции школьников (умение читать и верно понимать условие задачи, решать практические задачи, выполнять арифметические действия, простейшие алгебраические преобразования, действия с основными функциями и т.д.). Существенной проблемой является неверное понимание, неполное или невнимательное чтение условия задания. Это относится практически ко всем заданиям практико-ориентированного направления. Поэтому в процессе регулярного прохождения курса математики следует уделять большее внимание развитию общематематических навыков (умению читать условие задачи, выполнять арифметические действия), развитию пространственных представлений учащихся. При решении текстовых задач важным приемом, необходимым для усвоения, является переформулирование условия, отношений, связывающих входящие в задачу величины. Необходимо как можно раньше начинать работу с текстом на уроках математики, уметь его проанализировать и сделать из него выводы. Такая работа должна вестись с 5 по 11 класс – это поможет при решении многих задач.

Необходимо понимать роль устных вычислений, так как на экзамене не разрешается использовать калькулятор и таблицы. Можно научить учащихся выполнять простейшие (и не очень) преобразования устно. Важно организовать отработку такого навыка до автоматизма, на каждом уроке необходимо отводить время для проведения упражнений устных вычислений, предусмотренных программой каждого класса. Устные упражнения активизируют мыслительную деятельность учащихся, требуют осознанного усвоения учебного материала; при их выполнении развивается память, речь, внимание, быстрота реакции.

Необходимо обратить серьезное внимание на изучение геометрии, начиная с 7 класса, в котором начинается систематическое изучение этого предмета.

В 2025 году, как и в предыдущие годы, отмечается низкий уровень решения планиметрических задач. Необходимо непрерывное развитие геометрических представлений и геометрического воображения обучающихся с 1 по 11 класс; наглядная геометрия в 1–6 классах;

больше внимания геометрическому моделированию и конструированию (из плоских и пространственных фигур), геометрическим чертежам, построениям, изображениям от руки и с помощью различных чертежных инструментов, на нелинованной и клетчатой бумаге.

При изучении геометрии следует активнее повышать наглядность преподавания, уделять больше внимания изображению геометрических фигур, формированию конструктивных умений и навыков, применению геометрических знаний для решения практических задач. В процессе преподавания геометрии в 10-11 классах необходимо сконцентрироваться на освоении базовых объектов и понятий курса стереометрии (углы в пространстве, многогранники, тела вращения, площадь поверхности, объем и т.д.), а также актуализировать базовые знания курса планиметрии. Целесообразно использовать любые приемы и средства, которые способствовали бы визуализации обучающимся задач. Это не только построение чертежей по условию задачи, это различные предметные модели (полезно для каждой решаемой задачи иметь соответствующую ей модель-подсказку, чтобы использовать ее для визуализации условия, поиска и проверки решения), компьютерные программы, позволяющие выполнять стереометрические чертежи. Полезно выделить эту работу в отдельный тематический практикум, на котором обучающиеся тренировались бы в изображении и моделировании планиметрических чертежей пространственных тел, построении чертежей по условию задачи (в различных ракурсах, выбирая наиболее удобный для поиска решения), можно также организовать данную работу в рамках проекта. Необходимо подчеркнуть значимость геометрических знаний у выпускников для дальнейшего успешного обучения в инженерных вузах.

Недостаток графических, геометрических представлений отражается и на результатах выполнения заданий из других разделов курса математики. Не более половины участников экзамена могут переформулировать условие с формального языка на графический и наоборот. Справиться с проблемой поможет усиленная работа с графиками, в том числе использование соответствующих компьютерных программ.

Для того, чтобы решить стандартную задачу по теме, ученик должен уметь определять вид задачи и знать основные этапы ее решения.

По характеру требований геометрические задачи можно разделить на три основных вида:

1. Задачи на нахождение искомого. В задачах этого класса требование состоит в том, чтобы найти, распознать какое-то искомое. При этом искомым могут быть величина, отношение, какой-то объект, предмет, его положение, форма и т.д. Из геометрических задач сюда относятся вычислительные задачи, где нужно найти длину отрезка, величину угла, площадь фигуры, объем тела и т.п.

2. Задачи на доказательство или объяснение. В задачах этого класса требование состоит в том, чтобы убедиться в справедливости некоторого утверждения, или проверить верность или ложность этого утверждения, или объяснить, почему имеет место то или иное явление, тот или иной факт. Все задачи, требование которых начинается со слов «доказать», «проверить» или содержащие вопрос «Почему?», обычно относятся к этому классу задач.

3. Задачи на преобразование или построение. К этому классу геометрических задач относятся те, в которых требуется преобразовать или построить какую-нибудь фигуру, удовлетворяющую заданным условиям. Характерной особенностью задач этого класса является то, что в каждой из них заданы какие-либо объекты, из которых требуется построить, сконструировать другой объект с заранее известными свойствами.

Установление вида задачи дает возможность получить готовый план ее решения: применить известный метод решения подобных задач. Конечно, встречаются задачи, определить вид которых не удастся, тогда надо использовать другие приемы (например, разбиение на подзадачи известного вида).

Если под решением задачи понимать процесс, начинающийся с момента получения задачи до момента полного завершения ее решения, то, очевидно, этот процесс состоит не только из изложения уже найденного решения, а из ряда этапов, одним из которых и является изложение решения.

Целесообразно обрабатывать процесс решения задачи по этапам:

Получив задачу, первое, что нужно сделать, – разобраться, что это за задача, каковы ее условия, в чем состоят ее требования, т.е. провести анализ задачи. Этот анализ и составляет первый этап процесса решения задачи.

Анализ надо оформить, записать. Для этого используются разного рода схематические записи, построение которых составляет второй этап процесса решения задачи.

Анализ задачи и построение ее схематической записи необходимо главным образом для того, чтобы найти способ решения задачи. Поиск способа решения и составляет третий этап процесса решения задачи.

Когда способ решения задачи найден, его нужно осуществить, – это и будет четвертый этап процесса решения задачи – этап осуществления (изложения) решения.

После того как решение осуществлено и изложено (письменно или устно), необходимо убедиться, что это решение правильное, что оно удовлетворяет всем требованиям задачи. Для этого производят проверку решения, что составляет пятый этап процесса решения задачи.

При решении многих задач, кроме проверки, необходимо еще произвести исследование задачи, а именно установить, при каких условиях задача имеет решение и притом, сколько различных решений в каждом отдельном случае; при каких условиях задача вообще не имеет решения и т.д. Все это составляет шестой этап процесса решения задачи.

Убедившись в правильности решения и, если нужно, произведя исследование задачи, необходимо четко сформулировать ответ задачи, – это седьмой этап процесса решения.

В учебных и познавательных целях можно произвести анализ выполненного решения, в частности установить, нет ли другого, более рационального решения, нельзя ли задачу обобщить, какие выводы можно сделать из этого решения и т.д. Все это составляет последний, восьмой этап процесса решения задачи.

Структура процесса решения задачи зависит от характера задачи и, конечно, от того, какими знаниями и умениями обладает решающий задачу.

Приведенная схема процесса решения задачи является лишь примерной. При фактическом решении указанные этапы обычно не отделены друг от друга, а переплетаются между собой. Так, в процессе анализа задачи обычно производится и поиск пути решения. При этом план решения устанавливается не до осуществления решения, а в процессе. Тогда поиск решения ограничивается лишь нахождением идеи решения. Порядок этапов тоже может меняться.

Из указанных восьми этапов пять являются обязательными, и они имеются (в том или ином виде) в процессе решения любой задачи. Это этапы анализа задачи, поиска способа ее решения, осуществления решения, проверка решения и формулирование ответа. Остальные три этапа (схематическая запись, исследование задачи и заключительный анализ решения) являются необязательными.

Важно, чтобы обучающиеся понимали, что приведенный алгоритм может быть применим к любой математической задаче – и арифметической, и геометрической.

При решении геометрических задач на первых уроках целесообразно предложить учащимся следующий алгоритм решения:

- Изучить условие задачи. Выполнить эскиз рисунка, соответствующий условию данной задачи.

- Уяснить, что необходимо найти в задаче и что для этого необходимо знать.

- Из системы опорных задач выделить часто повторяющиеся задачи (желательно сопроводить иллюстрацией), которые будут входить в ход решения данной задачи.

- Выяснить, какие из ранее изученных задач могут быть полезны при решении данной задачи.

- Учитывая предыдущий шаг, переформулировать данную задачу. Попробовать решить ее.

Зная систему опорных задач, учитель четко планирует необходимость использования конкретной опорной задачи при решении данной задачи. Это дает возможность обучить учащихся приему «разложения» сложной задачи на более простые составляющие задачи.

Целесообразно показать обучающимся, что при решении задач, в том числе геометрических, можно использовать аналитический и синтетический методы. При аналитическом методе решения задач учащиеся должны четко представлять, что рассуждения ведутся от искомого к данным. Ведущий вопрос – «Что надо знать, чтобы ответить на главный вопрос задачи?». Проводя анализ задачи, необходимо обращать внимание учащихся на то, что иногда условия задачи дают подсказку на очередной ведущий вопрос. При синтетическом методе решения задач учащиеся должны понимать, что синтетические рассуждения – это рассуждения с последующим переходом (с помощью логических умозаключений) от данных условий задачи к ее заключению. Ведущий вопрос в этом случае – «Что мы можем узнать исходя из данных условий задачи?».

В курсе планиметрии основным способом, помогающим организовывать материал, усвоить всю совокупность свойств фигуры, является создание некоторого образа, связываемого с понятием. Созданию такого образа помогает многократное выполнение одного и того же чертежа, на котором все свойства видны. Этому способствуют и такие методические приемы, как обзор всех свойств, проводимый учителем, или опрос не по отдельным свойствам или теоремам, а по всей совокупности свойств фигуры: «Что ты знаешь о равнобедренном треугольнике?», «Перечисли все свойства параллелограмма» и т.д.

В уроки математики необходимо включать задания практической направленности, так как это способствует пониманию роли математики в мире. Процесс обучения решению прикладных задач в основной школе целесообразно разбить на две ступени:

1 ступень – это подготовительная ступень (5-6 классы), на которой осуществляется решение простейших прикладных задач, встречающихся в жизни ученика. На этом этапе у учащихся формируются умения анализировать задачу, составлять различные модели на этапе поиска решения задачи, применять различные методы решения, получать различные разрешающие модели, анализировать полученный ответ.

2 ступень – (7-9 классы) ступень овладения основными элементами решения прикладных задач с помощью математического моделирования. На этой ступени необходимо систематизировать и обобщить знания по структуре прикладных задач и этапам работы с ними, обучить школьников сознательному выполнению каждого из этих этапов решения прикладной задачи в отдельности. На этой ступени прикладные задачи выступают как средство изучения математической теории.

При работе с текстовой задачей учителю необходимо предлагать дополнительную работу над задачей, либо давать другую форму представления задачи, либо в задачах необходимо переформулировать вопрос.

При изучении курса алгебры учителям математики следует больше внимания уделять культуре вычислений и преобразований, применяя рациональные методы вычислений, также решению тригонометрических уравнений и корректному отбору корней, показательных и логарифмических неравенств, задач математического анализа. При обучении математике следует решать большое количество задач по каждой теме, изучать различные методы решения задач. Для актуализации ранее изученного материала подборку заданий можно проводить как тематическую: «Решение иррациональных уравнений и неравенств», «Решение тригонометрических уравнений и неравенств», «Решение показательных уравнений и неравенств», «Решение логарифмических уравнений и неравенств», по методам решения задач.

Задачи на вычисление сумм налогов, процентов по вкладу или кредиту, другие задачи финансового характера должны стать постоянным инструментом на уроках математики, поскольку эти задачи связывают наш предмет с окружающим миром и повседневной жизнью, позволяют учащимся не забыть правила вычисления процентов.

Наличие в Интернете открытого банка заданий части 1 КИМ ЕГЭ по математике позволяет учителям включать задания из открытого банка в текущий учебный процесс, а на завершающем этапе подготовки к экзамену эффективно проводить диагностику недостатков и устранять их в усвоении отдельных тем путем решения серий конкретных задач.

Основой успешной сдачи ЕГЭ является правильно организованное повторение. Системный подход к повторению изученного материала – одна из главных задач при подготовке к экзаменам, должна быть спланирована система текущего повторения курса математики.

Систему контроля знаний, умений и навыков, учащихся необходимо выстраивать, используя для этого задания, аналогичные заданиям экзаменационных материалов. В арсенале учителя должны быть средства и методы, позволяющие обеспечить дифференцированный подход к учащимся, предоставить для учащихся со слабой подготовкой возможность более длительной отработки умений в ходе решения простых задач, а для более подготовленных – достаточно быстрый переход к решению задач повышенного уровня. В этом большую помощь могут оказать практикумы, включающие наборы задач по разным темам, допускающие самопроверку.

Целесообразно использовать методические рекомендации Система оценки достижений планируемых предметных результатов освоения учебного предмета «Математика». Среднее общее образование: методические рекомендации / Л. О. Рослова, Е. Е. Алексеева, Е. В. Буцко, И. И. Каримова; под ред. Л. О. Рословой. – М.: ФГБНУ «Институт содержания и методов обучения», 2024.

Также при подготовке к ЕГЭ по математике 2025 года надо учитывать проекты спецификации и демоверсии КИМ ЕГЭ 2025, анонсированные на сайте ФГБНУ «ФИПИ».

Рассмотрим методические приемы, которые целесообразно использовать в процессе обучения по темам, вызвавшим наибольшие трудности как в 2025, так и в 2024 годах при выполнении заданий ЕГЭ.

Формирование умения *решать стереометрические задачи на нахождение геометрических величин* — это важная часть школьного курса геометрии. Эффективные методические приемы помогут ученикам уверенно и успешно справляться с решением таких задач, укрепляя навыки пространственного мышления и логики.

1. Наглядность и моделирование:

Одним из важнейших приемов является использование наглядных моделей и чертежей. Например, куб, параллелепипед, пирамида, цилиндр и другие фигуры можно изготавливать из бумаги или пластилина, что позволяет ученикам буквально «видеть» и ощущать фигуру, легче понимать ее свойства и связи между величинами.

2. Работа с задачами-шаблонами:

Решение типовых задач помогает ученикам понять алгоритм и логику решения задач подобного типа. Обычно задачи начинаются с простых, а затем постепенно усложняются. Например, задачи на нахождение объема прямоугольного параллелепипеда с известными сторонами или площади боковой поверхности цилиндра.

3. Применение алгоритмов и схем:

Учитель объясняет пошаговый алгоритм решения задач, например, «если известна сторона и диагональ грани куба, то как найти объем?»

Схема может выглядеть так:

- Найти длину ребра куба.
- Использовать формулу объема куба.
- Подставить найденное значение и вычислить результат.

4. Визуализация на плоскости:

Часто стереометрические задачи удобно решать, рисуя сечения фигур на плоскостях. Например, рисунок поперечного сечения цилиндра позволяет увидеть окружность и вычислить площадь круга.

5. Геометрические модели и чертежи на компьютере:

Современные технологии предоставляют возможность использовать интерактивные программы для моделирования и изучения геометрических фигур. Например, GeoGebra или специализированные программы для построения 3D-моделей.

6. Практические задания:

Задачи на измерение реальных объектов (например, коробки, банок, бутылок) помогают ученикам лучше понять практическое применение геометрии и соотношения между размерами и объемом.

7. Использование аналогий и сравнений:

Иногда полезно сравнить знакомые двумерные фигуры с трехмерными объектами. Например, плоский треугольник и тетраэдр имеют много общего в плане площадей и высот.

Примерные задания:

- Простейшие задачи на объеме и площади поверхностей:

Прямоугольный параллелепипед: Длина, ширина и высота параллелепипеда равны соответственно 5 см, 4 см и 3 см. Найдите его объем и площадь полной поверхности.

Куб: Ребро куба равно 6 см. Найдите его объем и площадь полной поверхности.

Шар: Радиус шара равен 3 см. Найдите его объем и площадь поверхности.

- Более сложные задачи на сочетания величин:

Цилиндр: Высота цилиндра равна 8 см, а радиус основания — 3 см. Найдите объем и площадь боковой поверхности.

Пирамида: Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 6 см, а высота — 8 см. Найдите объем пирамиды.

Конус: Радиус основания конуса равен 4 см, а длина образующей — 5 см. Найдите объем и площадь боковой поверхности.

На уроках необходимо использовать наглядные материалы и модели, чтобы облегчить восприятие сложных фигур. Проводите регулярные диагностики, чтобы оперативно корректировать процесс обучения. Включайте в уроки элементы творчества и практического применения геометрии, чтобы повысить интерес учащихся.

Эти методические приемы помогут ученикам уверенно и эффективно освоить решение простейших стереометрических задач нахождение геометрических величин.

В пособии Учебно-методическое обеспечение преподавания математики (в том числе на углубленном уровне). Среднее общее образование. 10–11 классы / Е. А. Баракова. – М.: ФГБНУ «Институт содержания и методов обучения», 2024 предлагается учебно-методический комплект, в котором рассмотрены методические подходы в обучении решению геометрических задач повышенного уровня сложности, даны методические рекомендации введения темы «Координатно-векторный метод» учебного курса «Геометрия» (10–11 классы) и разбор типовых заданий ГИА (ЕГЭ), в решении которых данный метод эффективен.

Обучение *решению задач с параметрами* может быть достаточно сложным, так как требует не только понимания математических принципов, но и развитого навыка аналитического мышления. Ниже приведены некоторые методические приемы, которые могут помочь в обучении этому навыку:

1. Постановка проблемы и анализ условий:

- Начните с тщательного анализа задачи. Попросите учащихся выписать все данные условия и определить, какие переменные являются параметрами.

- Подчеркните важность понимания взаимосвязей между данными и условиями задачи.

2. Графический подход:

- Используйте графические методы, чтобы учащиеся могли визуализировать зависимость между параметрами и переменными. Это может быть особенно полезно при анализе функций.

- Помогите учащимся построить графики функций при различных значениях параметров, чтобы увидеть, как изменяется их поведение.

3. Метод разбиения на случаи:

- Научите школьников рассматривать различные случаи в зависимости от значений параметра. Это помогает в систематическом исследовании всех возможных сценариев.

4. Примерный разбор задач:

- Приведите пример решения типовой задачи с параметрами. Разберите его на этапы, объясняя каждый шаг, чтобы ученики могли понять логическую последовательность решения.

5. Использование программных средств:

- Включите использование математического программного обеспечения, такого как GeoGebra или Desmos, для решения и иллюстрации задач с параметрами. Это может ускорить процесс решения и помочь в визуализации сложных зависимостей.

6. Акцент на практическом применении:

- Объясните, как задачи с параметрами применяются в реальной жизни и различных профессиях. Это может повысить мотивацию учащихся и сделать обучение более интересным.

7. Самостоятельная работа и обсуждение:

- Оставьте место для самостоятельного решения задач, после чего проводите обсуждение результатов в классе. Это позволит учащимся обмениваться стратегиями и учиться на ошибках друг друга.

8. Обучение через ошибки:

- Акцентируйте внимание на типичных ошибках, которые могут возникать при решении задач с параметрами, и обсудите способы их предотвращения.

9. Разноуровневые задания:

- Подготовьте задания разного уровня сложности, начиная с простейших задач и постепенно переходя к более сложным. Это позволит учащимся постепенно наращивать сложность и уверенность в своих силах.

10. Интерактивные задачи:

- Создайте интерактивные задания, где учащиеся смогут изменять параметры и наблюдать, как это влияет на решение задачи. Это усилит их интуицию и понимание материала.

11. Алгоритмизация решения:

- Рекомендуется разработать и довести до автоматизма алгоритм решения задач с параметрами. Например, это может быть такой алгоритм:

Найти ограничения на параметр.

Решить задачу при конкретном значении параметра.

Рассмотреть граничные случаи.

Сформулировать ответ, зависящий от параметра.

12. Подстановка конкретных значений:

- Один из простых приемов — предложить ученикам попробовать подставить конкретные значения параметра и решить задачу без параметра. Это помогает понять, как будет меняться решение при изменении параметра.

13. Метод интервалов:

- Особенно полезен для задач с модулями или дробно-рациональными функциями. Параметр рассматривается на различных промежутках, и для каждого промежутка ищется отдельное решение.

14. Координатно-параметрический подход:

- Интересный подход, когда параметр вводится как отдельная переменная, и задача сводится к анализу поведения функции в координатах.

15. Решение через построение множеств решений:

- Особое внимание уделяется построению множеств решений в зависимости от параметра. Учитель помогает ученикам понять, как выглядит решение в виде диапазона или множества значений.

Используя эти методические приемы, вы сможете эффективно обучать решению задач с параметрами, развивая у учащихся не только навыки решения задач, но и аналитическое мышление в целом.

Изучение *действий с натуральными числами и работа со свойствами чисел* — важная составляющая подготовки к ЕГЭ по математике в 10-11 классах. Для успешного освоения этих тем важно использовать методические приемы, которые помогут учащимся систематизировать знания, преодолеть трудности и эффективно подготовиться к экзамену.

1. Повторение и систематизация:

Регулярное повторение основных действий с натуральными числами (сложение, вычитание, умножение, деление) и их свойств. Лучше всего делать это в форме заданий, постепенно усложняя их.

2. Работа с задачами на свойства чисел:

Решение задач, где требуются знания о делителях, остатках, наибольшем общем делителе (НОД), наименьшем общем кратном (НОК), простых и составных числах.

3. Решение задач с параметрами:

Включите задачи, где параметры входят в условие задачи, например, «дано число, которое делится на a и b , найти число, удовлетворяющее определенным условиям».

4. Метод перебора и модульных вычислений:

Обучение методу перебора и работе с остатками при решении задач, связанных с делимостью натуральных чисел.

5. Применение свойств целых чисел в задачах на числа и цифры:

Отдельное внимание уделить задачам, связанным с перестановкой цифр, поиском закономерностей и особым случаям делимости.

6. Использование графиков и схем:

Графическое представление задач помогает лучше понять, как устроены натуральные числа и их свойства.

7. Практические задачи и задания с подсчетом:

Предлагайте задачи, связанные с подсчетом различных комбинаций, расположений и порядков чисел.

8. Числовые последовательности и прогрессии:

Разбор задач на арифметические и геометрические прогрессии, включая нахождение сумм и n -го члена.

Использование формул и практическое их применение в различных условиях.

9. Работа с простыми числами:

Исследование свойств простых чисел и их роли в задачах ЕГЭ.

Решение задач, связанных с разложением на простые множители и проверкой чисел на простоту.

10. Изучение свойств чисел:

Исследование различных числовых теорем, таких как теорема о среднем арифметическом, относительно простых числах и другие теоретические свойства.

Регулярное решение задач, которые требуют применения этих теорем.

11. Комбинаторные задачи:

Обучение решению задач на разбиение множества, сочетания, перестановки — все это важные аспекты арифметики на экзамене.

12. Работа с задачами ЕГЭ:

Регулярное прорешивание задач из прошлых вариантов ЕГЭ позволяет познакомиться с форматом экзамена и типами задач.

Разборы задач, которые вызывают затруднения, и развитие стратегий их решения.

13. Творческие задания и проекты:

Обучение через исследовательские проекты, которые побуждают учащихся находить применение свойств чисел в реальной жизни.

Примерные задания:

- Простейшие задачи на свойства чисел:

Найдите наименьшее общее кратное чисел 12 и 18.

Найдите наибольший общий делитель чисел 36 и 48.

- Задачи средней сложности:

Натуральное число N делится на 6 и на 15. Найдите наименьшее возможное значение N .

Какое наименьшее число, большее 100, делится на 7 и оставляет при делении на 5 остаток 3?

- Сложные задачи на свойства чисел:

Найдите все трехзначные числа, сумма цифр которых равна 15, а само число делится на 3.

Найдите наибольшее число, которое при делении на 12 дает остаток 5, а при делении на 15 дает остаток 8.

Рекомендации, связанные с метапредметными аспектами подготовки:

- усилить в преподавании коммуникативную и практическую направленность,

- способствовать формированию умений смыслового чтения и информационной переработки текстов посредством конспектирования, реферирования, составления планов и отзывов и пр.

- организовывать деятельность учащихся, нацеленную на формирование навыка речевого самоконтроля, умения анализировать и корректировать свои устные и письменные высказывания в соответствии с нормами современного русского литературного языка, а также коммуникативной задачей;

- проводить на уроках работу с текстами различных стилей (научно-популярного, публицистического, официально-делового и т. д.);

- учить понимать, анализировать, интерпретировать текст в знакомой и незнакомой познавательных ситуациях;

- совершенствовать систему работы по развитию речи учащихся, направленную на формирование умения оперировать информацией, умение аргументировать собственную позицию по данной проблеме, умение отбирать и использовать необходимые языковые средства в зависимости от замысла высказывания;

- целенаправленно обучать аргументированию: поиску аргументов, их видам, логичному выстраиванию;
- уделить особенное внимание правильному заполнению бланков ответов, письму печатными буквами, ориентированию в бланках ответов.

Трудности, обусловленные неспособностью самостоятельно находить способ решения новой задачи, проявляются в неспособности обучающихся «принять» и «удержать» учебную задачу, неумении применить в стандартной ситуации изученный алгоритм действий или теоретические знания, неготовности найти способ решения новой задачи могут иметь общую причину, кроющуюся в недостаточной сформированности учебной самостоятельности. Это может быть следствием того, что ученик привыкает все действия осуществлять под руководством и управлением учителя. Это состояние ученика можно назвать обученной пассивностью. Чтобы этого не происходило, следует уже в 5–6 классах давать обучающимся больше самостоятельности.

Для этого необходимо предлагать не конкретные действия, которые повторяются учеником без их осмысления, а схему действий, которая представляет действия в обобщенном виде; усвоивший схему ученик сможет выполнять действия самостоятельно в различных учебных и жизненных ситуациях. Учителю ставить вопросы и выражать мысль другими словами, переформулировать утверждения. Показывать и разбирать разные способы решения задачи, содержащие разные рассуждения. Разрушить стереотип, что ищем единственно верное решение, известное только учителю. Учителю использовать знакомые задачи или более простые случаи. Предлагая обучающимся новую задачу, всегда полезно задать вопрос, решали ли они похожую задачу, чем она была похожа, каким было ее решение.

Согласованное сотрудничество всех участников образовательного процесса: учителя, ученика, родителей, осознание ответственности каждого из них в полной мере обеспечит и качественную подготовку к итоговой аттестации и ее достойные результаты. Роль родителей в подготовке выпускников к ГИА включает в себя не только конкретные действия по поддержке ребенка в период экзаменов, но и создание условий для развития здоровой, успешной, психологически зрелой личности. Необходимо своевременно знакомить родителей и обучающихся с нормативными документами по подготовке к экзаменам, информировать о процедуре итоговой аттестации, особенностях подготовки к тестовой форме сдачи экзаменов, о ресурсах сети Интернет, о результатах пробных испытаний и текущей успеваемости.

- Для предупреждения/преодоления трудностей, связанных с отсутствием устойчивых навыков применения знаний по математике в самостоятельной деятельности, важно уделить внимание формированию у обучающихся понимания, что применение знаний есть использование ранее полученной информации в новых условиях протекания деятельности или в разных видах деятельности; развитию умений анализировать и констатировать проблему, которая присутствует в учебной задаче и требует для решения определенных знаний; становлению способности выбора из памяти тех знаний, которые обеспечат успешность решения данной учебной задачи; анализу достаточности или неполноты знаний для решения поставленной задачи; оценке актуальности отобранных знаний для выполнения задания; формированию умений использовать отобранные из памяти знания для конструирования алгоритма решения; выбору формы представления – графическая, текстовая, словесная (понятийная), образная; проверке соответствия выполненных действий заданной новой ситуации и цели задания.

- Для предупреждения/преодоления трудностей самостоятельного планирования и организации учебной деятельности необходимо на разных этапах образовательного процесса организовывать работу таким образом, чтобы планирование выполнения каждого конкретного задания было отдельным этапом работы школьников. Осознанное выстраивание траектории выполнения заданий от самых простых с точки зрения количества операций до сложных – учебного исследования или проекта – позволит овладеть навыком организации своей учебной деятельности на единичных примерах.

- В работе учитель также может применять приемы, направленные на осознанное овладение навыками и развитие учебной самостоятельности, связанные с изменениями условия задания с целью его усложнения или упрощения, например: «Сформулируйте задание так, чтобы оно стало для вас легче (или сложнее). Что вы изменили в задании? Почему оно стало легче (сложнее) для вас?» Данный прием можно проводить на любом материале в любых классах, он позволяет формировать умение самостоятельно планировать учебную деятельность, проводить границу своего знания-незнания и выявлять уровень сформированности учебных действий. Обучающийся осознает, что именно делает задание для него сложным, ищет пути выполнения и, в конечном итоге, выполняет задание с четким пониманием алгоритма действия и своих возможностей. Постепенно обучающиеся овладевают умением самостоятельно определять причину сложности в выполнении задания, находят границу того, что они могут выполнить на данный момент изучения предмета и что для них трудно. При использовании дифференцированного подхода к обучению обучающиеся сами выбирают степень своей учебной самостоятельности. Целесообразно использовать листы самооценки, которые заполняют обучающиеся. Они могут быть разной степени обобщения, но в любом случае их заполнение способствует формированию у школьников умений отслеживать свои успехи и сложности в учебе, анализировать эффективность использования различных способов овладения материалом для процесса собственного обучения, формирует умение учиться.

- При формировании у обучающихся умений ставить самостоятельно цели обучения, планировать деятельность для достижения определенного результата педагогу целесообразно озвучивать цели выполнения каждой учебной задачи и предполагаемые результаты учебной деятельности в учебном процессе (или давать задание школьникам сделать это самим). Важно создать связь учебной задачи с конечным результатом ее выполнения и способами достижения этих результатов. Путь достижения результата должен быть разбит на небольшие, понятные обучающимся этапы, успешность выполнения которых они могут отследить самостоятельно и соотнести с общим итогом. В процессе работы важно обращать внимание на возможность и необходимость корректировки действий в зависимости от успешности выполнения каждого этапа. Для обучающихся важна осознанность достижения цели и выбора пути решения. Учитель должен держать это в фокусе своего внимания и систематически осуществлять работу по формированию данных навыков.

- Для развития коммуникативных навыков следует последовательно использовать соответствующие методы и приемы организации деятельности. Важно сочетание индивидуальной и групповой работы, диалога, обсуждения учебного материала. Большое значение имеет возможность обратной связи, регулярной самопроверки и взаимопроверки школьников.

- Важна осознанность использования обучающимися умений коммуникации, направленных на формирование умений взаимо- и самооценки, рефлексии. Учитель ставит вопросы, связанные с коммуникацией: все ли поняли задание, могут объяснить задание товарищу, оценить вопрос обучающегося с точки зрения его отношения к проблеме (нейтральность, увлеченность, скептицизм) и т.п. Для рефлексии рекомендуется использовать вопросы типа «Было ли мне сложно сформулировать закономерность? Могу ли в общем рассказать, какими

речевыми средствами формулируются закономерности или зависимости? Могу ли я четко сформулировать вопрос на интересующую меня тему? Совпал ли ответ, который я предполагал, с ответом, который дали мне одноклассники? Могу ли я однозначно сформулировать свою мысль в соответствии с задачей, которую я сам себе поставил или которую мне поставил учитель? Что у меня получилось с точки зрения коммуникации и выражения своих мыслей? Что я могу улучшить?» и т.п. При проведении занятий рекомендуется стимулировать обсуждение в классе, чтобы обучающиеся имели возможность взаимодействовать друг с другом. Эффективна групповая форма работы, во время которой обучающиеся обмениваются информацией, совместно вырабатывают подходы к решению проблемы.

Формирование коммуникативных УУД требует от учителя гибкости и дифференцированного подхода к каждому обучающемуся. Важно учитывать индивидуальные особенности: застенчивость, состояние здоровья, владение русским языком, взаимодействие с коллективом класса и т.п.; подбирать посильные задания, которые действительно способствовали бы улучшению предметной подготовки и формированию коммуникативных навыков.

Рекомендации методическим объединениям учителей:

- организовывать обмен опытом успешной работы педагогов по подготовке обучающихся к ЕГЭ.
- привлекать экспертное сообщество региона (члены РПК по предмету; педагоги, прошедшие обучение по программам подготовки экспертов ГИА и т.п.). По итогам проведения заседаний готовить рекомендации для педагогов с включением в них заданий ЕГЭ, адаптированных к темам и практикующим конкретным программам и УМК.
- организовать ознакомление педагогов с изменениями в КИМ ЕГЭ 2026 года.
- организовать тесное взаимодействие методических объединений и иных структур образовательной организации, родительской общественности с психологическими службами, школьными психологами в рамках подготовки обучающихся к государственной итоговой аттестации, т.к. определенная доля неверно выполненных заданий связана с невнимательностью, волнением выпускников, отсутствием у них стрессоустойчивости и т.п.

○ *ИПК / ИРО, иным организациям, реализующим программы профессионального развития учителей*

- ежегодно проводить диагностику профессиональных дефицитов учителей, работающих в школах с низкими результатами освоения образовательной программы по математике,
- разрабатывать и контролировать качественную реализацию индивидуальных образовательных маршрутов на платформе «Личный кабинет педагога» для учителей школ с низкими образовательными результатами по математике, а также по запросам образовательных организаций, методических объединений, педагогов,
- организовывать работу республиканского методического объединения учителей математики по обмену эффективными методиками развития всего комплекса предметных и метапредметных умений и навыков обучающихся,
- стимулировать деятельность учителей по публикации методических разработок по вопросам повышения качества преподавания математики,

- реализовывать цикл консультативных мероприятий по математике по запросам образовательных организаций, методических объединений и учителей,
- содействовать сетевому сотрудничеству между образовательными организациями со стабильными результатами или положительной динамикой результатов ГИА по математике и с низкими результатами или отрицательной динамикой результатов ГИА по математике,
- оказывать помощь в подготовке к публикации и публиковать материалы о лучших практиках подготовки к ЕГЭ по математике,
- в содержание дополнительной профессиональной программы повышения квалификации «Достижение предметных результатов обучающихся по учебному предмету «Математика»» включить вопросы, направленные на профилактику возможных трудностей обучающихся на ЕГЭ.

4.1.2. ...по организации дифференцированного обучения школьников с разными уровнями предметной подготовки

В рекомендациях по организации дифференцированного обучения школьников должны быть включены предложения, относящиеся к каждой из групп участников ЕГЭ с разным уровнем подготовки.

○ *Учителям*

Исходя из того, что в каждом классе имеются дети с различным уровнем предметной подготовки, необходимо готовить выпускников к ЕГЭ по математике на базовом и повышенном уровне сложности через дифференциацию и индивидуализацию образовательного процесса.

Внутренняя дифференциация, которая представляет собой различное обучение в одной достаточно большой группе обучающихся (классе), предполагает вариативность темпа изучения материала, дифференциацию учебных заданий, выбор разных видов деятельности, определение характера и степени дозирования помощи со стороны учителя. При этом возможно разделение учащихся на группы внутри класса с целью осуществления учебной работы с ними на разных уровнях и разными методами.

Для усвоения программного материала на различных планируемых уровнях, но не ниже базового, целесообразно рекомендовать следующее.

В части дифференциации по объему учебного материала – учащимся с низким уровнем обучаемости дается больше времени на выполнение задания, более сильным учащимся выдается дополнительное задание (аналогичное основному, но более трудное или нестандартное, требующее переноса освоенных умений в новые условия).

В части дифференциации по уровню трудности – предлагать самостоятельные и контрольные работы, содержащие три уровня сложности, учащиеся выбирают подходящий для себя уровень сложности.

В части дифференциации работы по характеру помощи учащимся – тем, кто испытывает затруднения в выполнении задания, оказывается дозированная помощь (справочные материалы).

Необходима серьезная внеурочная работа под руководством подготовленных преподавателей (как в виде очных занятий, так и посредством онлайн-курсов).

Обязательность освоения базового уровня обучающимися, не претендующими на высокую оценку, означает, что вся система планируемых обязательных результатов должна быть заранее известна и понятна обучающемуся, реально выполнима, посильна и доступна.

С целью систематического повторения материала отбирать задачи, требующих для решения знаний из различных разделов изучаемого предмета.

В работе с обучающимися, демонстрирующими низкие результаты обучения, необходимо использовать приемы, направленные на предупреждение неуспеваемости.

Для учащихся, слабо овладевших или фактически не овладевших математическими компетенциями, требуемыми в повседневной жизни, и допускающих значительное число ошибок в вычислениях, при чтении условия задачи, образовательный акцент должен быть сделан на формировании базовых математических компетентностей. Учебный материал старшей школы может изучаться обзорно. Дополнительно потребуется не менее 2–3 часов в неделю для ликвидации проблем в базовых предметных компетенциях. Общее количество часов математики должно быть не менее 5 часов в неделю. Для подготовки к государственной итоговой аттестации учащихся следует различными диагностическими процедурами выявить 8–10 заданий с кратким ответом, которые учащийся может выполнить, возможно, с ошибками, и в процессе обучения добиться уверенного выполнения этих заданий. Расширить круг этих заданий следует поэтапно.

Целесообразно использовать различные виды дифференцированной помощи:

- работа над ошибками на уроке и включение ее в домашнее задание;
- предупреждение о наиболее типичных ошибках, неправильных подходах при выполнении задания;
- индивидуализация домашнего задания слабоуспевающим учащимся;
- организация самостоятельного повторения материала, необходимого для изучения новой темы;
- координация объема домашних заданий, доступность его выполнения в установленное время;
- привлечение школьников к осуществлению самоконтроля при выполнении упражнений;
- предоставление времени для подготовки к ответу у доски (краткая запись, использование наглядных пособий, плана ответа);
- указание правила, на которое опирается задание;
- дополнение к заданию (рисунок, схема, инструкция и т.п.);
- указание и разработка алгоритма выполнения задания;
- обращение к аналогичному заданию, выполненному раньше;
- расчленение сложного задания на элементарные составные части.

На занятиях с данной категорией учащихся, стоит сконцентрироваться на формировании их базовых математических компетенций, определить наиболее успешно решаемые данными учащимися типы задач и доводить в первую очередь их решение «до совершенства». Необходима работа с текстом на уроках математики, для формирования умения анализировать прочитанный текст, сделать из него выводы и составить математическую модель.

Особенность внутренней дифференциации на современном этапе – ее направленность не только на детей, испытывающих трудности в обучении (что традиционно для школы), но и на одаренных детей. Внутренняя дифференциация может осуществляться как в традиционной форме учета индивидуальных особенностей учащихся (дифференцированный подход), так и в системе уровневой дифференциации на основе планирования результатов обучения.

Для группы сильных обучающихся можно давать опережающие задания поискового и проблемного характера: самостоятельно подобрать материал по теме, составить схему-опору или план, найти информацию в словарях и справочниках и др. Интенсификация процесса обучения за счет повышенного уровня сложности учебного материала, разнообразия форм деятельности на уроке позволит сохранить мотивацию у школьников, демонстрирующих высокие результаты, создать условия для развития их интеллектуального потенциала.

Приоритетом в выборе методов обучения для третьей группы обучающихся с высоким уровнем подготовки может стать технология «перевернутого» обучения. В процессе обучения эти школьники проявляют мотивацию к изучению математики и, как правило, обладают достаточными знаниями для серьезной самостоятельной работы. Данной группе необходимо серьезная кружковая, факультативная и т.п. работа под руководством специально подготовленных преподавателей. Необходимо постоянное поддержание интереса и мотивации; развитие мышления ученика, через решение задач нестандартных и повышенной сложности, участие в олимпиадах; развитие логического мышления, умения доказывать и рассуждать, накопление различных способов и приемов, математического доказательства

Для учащихся, которые могут успешно освоить курс математики средней школы на базовом уровне, образовательный акцент должен быть сделан на полное изучение традиционных курсов алгебры и начал анализа и геометрии на базовом уровне. Помимо заданий базового уровня в образовательном процессе должны использоваться задания повышенного уровня. Количество часов математики должно быть не менее 5 часов в неделю.

При работе со школьниками, относящимися к группам с разным уровнем подготовки, рекомендуется сосредоточить внимание на выявлении текущих трудностей обучающихся и их оперативной коррекции во время учебного процесса.

Для многочисленной группы учащихся со средним уровнем подготовки важнейшим элементом является освоение теоретического материала курса математики без пробелов и изъянов в понимании всех основных процессов и явлений. Эта группа учащихся нуждается в дополнительной работе с теоретическим материалом, выполнении большого количества различных заданий, предполагающих преобразование и интерпретацию информации. Приоритетной технологией здесь может стать совместное обучение – технология сотрудничества.

Для данной группы рекомендуется помимо заданий базового уровня использовать задачи, относящиеся к повышенному уровню сложности.

Для учащихся, которые могут успешно освоить курс математики средней школы на профильном (повышенном) уровне, образовательный акцент должен быть сделан на полное изучение традиционных курсов алгебры и начал анализа и геометрии на профильном уровне. Количество часов математики должно быть не менее 6–7 часов в неделю. Для учащихся, которые изучают математику по программе углубленного обучения, количество часов математики обычно не менее 7–8 часов в неделю. В первую очередь нужно выработать у обучающихся быстрое и правильное выполнение заданий с кратким ответом, используя, в том числе и открытый банк заданий

экзамена соответствующего уровня. Умения, необходимые для выполнения заданий указанного уровня, должны быть под постоянным контролем. Задания с кратким ответом повышенного уровня должны находить отражение в содержании математического образования, и аналогичные задания должны включаться в систему текущего и рубежного контроля. В записи решений к заданиям с развернутым ответом нужно особое внимание обращать на построение чертежей и рисунков, лаконичность пояснений, доказательность рассуждений.

Индивидуальные пробелы в предметной подготовке обучающихся могут быть компенсированы за счет дополнительных занятий во внеурочное время, выдачи обучающимся индивидуальных заданий по повторению конкретного учебного материала к определенному уроку и обращения к ранее изученному в процессе освоения нового материала.

Наличие одинаковых существенных пробелов в предметной подготовке у значительного числа обучающихся класса требует определенной корректировки основной образовательной программы вплоть до формирования образовательной программы компенсирующего уровня.

Существенного внимания со стороны педагога требует освоение обучающимися теоретического материала курса без пробелов и изъянов в понимании всех основных процессов и явлений. Это требует организации дополнительной работы с теоретическим материалом, выполнения большого количества различных заданий, предполагающих преобразование и интерпретацию информации. Приоритетной технологией здесь может стать совместное обучение – технология работы в малых группах сотрудничества из 3–5 человек. При использовании технологии сотрудничества обучающиеся обмениваются мнениями, учатся и помогают друг другу. При возникновении спорных вопросов они могут вместе их обсудить, чтобы найти ответы. В процессе групповой работы не только формируются предметные умения и навыки, но и развивается коммуникативная компетентность учащихся: умение формулировать проблему, способность слушать и слышать других, выражать собственное мнение и уважать мнение других людей, способность приходить к консенсусу, умение находить баланс между слушанием и говорением.

Важнейшая роль учителя при использовании групповой работы состоит в четкой формулировке задач, которые должны быть поняты и осознаны всеми членами группы, в оказании своевременной помощи при затруднениях, в грамотной организации оценки деятельности как группы в целом, так и каждого участника, а также в организации рефлексии.

Формируя наборы задач для обучения целесообразно начинать с задач на использование только что изученного алгоритма и с типовой учебной ситуации, но нельзя полностью повторять формулировки уже решенных задач. В задаче должны быть не только изменены числовые данные, но и использованы другие словесные обороты для описания той же типовой ситуации. В этом случае освоение алгоритма осуществляется полностью с учетом работы над условием и осмысленным выделением математической модели. Затем можно переходить к использованию изученного алгоритма в измененной ситуации, затем – к комбинированию изученных алгоритмов в типовой ситуации и т.д. Таким образом, «лесенка» усложнения задач состоит из вариаций заданий, различающихся как по сложности деятельности, так и по контексту.

Рассмотрим примеры дифференцированных заданий, которые целесообразно использовать в процессе изучения тем, вызывающих наибольшие трудности у обучающихся при выполнении заданий КИМ ЕГЭ как в 2025, так и в 2024 году.

Дифференцированные задания *по стереометрии* можно строить таким образом, чтобы они учитывали разный уровень подготовки учеников. Задачи могут быть направлены на изучение и закрепление умения находить площади, объемы и другие геометрические величины трехмерных объектов.

Для начинающих:

1. Основные фигуры и их элементы:

- Назовите грани, вершины и ребра куба или прямоугольного параллелепипеда.
- Плоский разверток куба. Нарисуйте и определите, сколько граней, ребер и вершин имеет куб.

2. Простые вычисления:

- Найдите объем куба с ребром 3 см. Рассчитайте площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с размерами 4 см, 5 см и 6 см.

Для учеников среднего уровня:

1. Задачи на расчет объемов и площадей:

- Найдите объем цилиндра с радиусом основания 3 см и высотой 10 см.
- Вычислите площадь поверхности конуса с высотой 5 см и радиусом основания 3 см.

2. Задачи на составные тела:

- Найдите объем тела, состоящего из цилиндра и полусферы на одном из его оснований с радиусом 4 см и высотой цилиндра 6 см.

Для продвинутых учеников:

1. Сложные задачи с многогранниками:

- Найдите площадь поверхности и объем октаэдра со стороной 4 см.
- Вычислите объем усеченной пирамиды, если ее основание — квадрат со стороной 8 см, а верхнее основание — квадрат со стороной 4 см, высота усеченной пирамиды 6 см.

2. Задачи с использованием тригонометрии:

- Найдите площадь боковой поверхности правильной четырехугольной пирамиды с высотой 12 см и длиной стороны основания 6 см.

Используйте тригонометрию для вычисления апофемы.

3. Задачи на применение теорем:

- Используя теорему Пифагора, найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда со сторонами 6 см, 8 см и 10 см.

Творческие и исследовательские задания:

1. Исследовательские мини-проекты:

- Изучите, как рассчитываются объемы и площади в реальных приложениях, например, в архитектуре или инженерии. Подготовьте небольшую презентацию или доклад.

2. Создание задач:

- Попросите учеников создать и решить свою задачу на нахождение объемов и площадей. Они могут использовать иллюстрации или трехмерные модели, сделанные из картона.

Дифференцированный подход позволяет каждому учащемуся продвигаться в своем темпе и условиях с продвижением от простого к сложному, что способствует более глубокому пониманию и уверенности в решении стереометрических задач.

Организация групповой работы с учетом различного уровня подготовки учащихся требует тщательной дифференциации заданий. В каждой группе можно разделять задания на подуровни сложности, чтобы участники могли поддерживать друг друга и эффективно использовать свои сильные стороны.

Приведем пример организации групповой работы по обучению решению стереометрических задач.

Организация групповой работы

1. Формирование разнородных групп: Каждая группа должна состоять из учеников с разным уровнем подготовки (низкий, средний, высокий).

2. Разделение ролей:

- Координатор: Организует работу группы и следит за выполнением задания.
- Специалист: Объясняет сложные концепции и решает более тяжелые задачи.
- Помощник: Обеспечивает помощь другим в решении и проверке решений.
- Докладчик: Презентует результаты работы группы.

Примеры дифференцированных заданий

Задача 1: Объем и площадь куба

1) Низкий уровень:

- Найдите объем куба с ребром 3 см.
- Найдите площадь одной грани куба.

2) Средний уровень:

- Найдите полную площадь поверхности куба.

3) Высокий уровень:

- Если объем куба увеличился в 8 раз, насколько увеличилась площадь его поверхности?

Задача 2: Цилиндр

1) Низкий уровень:

- Найдите площадь основания цилиндра с радиусом 2 см.

2) Средний уровень:

- Найдите объем цилиндра с высотой 5 см и радиусом основания 2 см.

3) Высокий уровень:

- Если увеличить радиус цилиндра на 50%, как изменится его объем?

Задача 3: Прямоугольный параллелепипед

1) Низкий уровень:

- Найдите длину ребра, если известна длина одной из сторон основания: длина — 4 см, ширина — 3 см.

2) Средний уровень:

- Найдите объем параллелепипеда, если его высота равна 5 см, а основания 4 см и 3 см.

3) Высокий уровень:

- Найдите длину диагонали параллелепипеда с ребрами 3 см, 4 см и 5 см.

Элементы взаимодействия между уровнями:

- Учащиеся с высоким уровнем должны объяснять решения более простых задач товарищам, стимулируя взаимопомощь.

- Учащиеся со средним уровнем готовности могут выступать в роли модераторов, помогая в организации мыслительного процесса.

- Учащиеся с низким уровнем выполняют более простые задания, что позволяет им постепенно переходить на более сложные задачи с помощью группы.

Обратная связь и обсуждение:

- После выполнения всех заданий каждая группа может представить свои решения и обсудить использованные методы.

- Учитель может провести общий разбор, уделяя внимание различным стратегиям решения и способам их улучшения.

Таким образом, использование дифференцированных заданий в групповой работе способствует развитию не только индивидуальных стереометрических навыков, но и умений работать в команде.

Дифференцированные задания позволяют учитывать различные уровни подготовки и способностей учащихся, чтобы каждый мог эффективно учиться и развиваться. Вот несколько примеров дифференцированных заданий для *обучения решению задач с параметрами*:

1. Базовый уровень:

- Простейшие задачи, где нужно подставить конкретные числовые значения параметра и найти решение.

- Задачи, требующие нахождения области определения функции при заданном параметре.

- Подбор параметра, при котором уравнение или неравенство имеет решение.

2. Средний уровень:

- Задачи, в которых нужно найти все значения параметра, при которых уравнение имеет заданное количество решений.

- Использование графического метода для анализа поведения функции при различных значениях параметров.

- Работа с системами уравнений и неравенств, в которых фигурируют параметры.

3. Продвинутый уровень:

- Задачи, в которых нужно исследовать свойства функции в зависимости от параметров, например, монотонность или выпуклость.

- Поиск параметров, при которых система уравнений или неравенств имеет бесконечно много решений.

- Анализ задачи на экстремумы функции с параметром, поиск максимальных и минимальных значений при различных значениях параметра.

4. Творческий уровень:

- Создание собственной задачи с параметрами и ее решение, с последующим обменом задачами с одноклассниками.

- Исследовательские задачи, где необходимо определить геометрический смысл изменения параметров и как это связано с различными объектами – линиями, кривыми, фигурами.

5. Групповые задания:

- Работая в группах, учащиеся могут получать комплексные задачи, требующие коллективного обсуждения и применения различных стратегий решения.

Каждое из этих заданий можно адаптировать под конкретные учебные потребности и цели, а также регулировать сложность, добавляя или убавляя количество параметров и усложняя взаимосвязи между ними. Это позволит ученикам учиться более эффективно, фокусируясь на своих сильных сторонах и постепенно развивая необходимые навыки.

Дифференцированные задания помогают учитывать индивидуальный уровень подготовки учащихся и позволяют каждому продвигаться в своем темпе. При подготовке к ЕГЭ по теме *действий с натуральными числами и свойств чисел* можно использовать следующие типы заданий, разделенные на уровни сложности.

Базовый уровень

1. Простые вычисления:

- Вычислить сумму/разность/произведение/частное натуральных чисел.

- Проверить делимость числа на 2, 3, 5, 9.

2. Определение простоты числа:

- Проверить простое число или составное.

- Найти все простые числа в заданном диапазоне.

3. Разложение на простые множители:

- Разложить число на простые множители.

- Найти НОД и НОК для двух или трех небольших чисел.

4. Задачи на сумму цифр:

- Сумма цифр натурального числа равна 12. Может ли это число делиться на 3?

Средний уровень

1. Работа с выражениями:

- Упростить или преобразовать выражение с натуральными числами.

- Решить задачи с использованием формул для нахождения НОД и НОК.

2. Прогрессии:

- Найти сумму первых n членов арифметической или геометрической прогрессии.

- Вычислить n -ый член прогрессии.

3. Задачи на делимость:

- Решить уравнения, используя свойства делимости.

- Найти остаток от деления одного числа на другое.
- Найдите наименьшее число, которое делится на 12 и на 15 одновременно.
- Какое наименьшее число, большее 100, делится на 7 и при делении на 5 дает остаток 3?
- Найдите все простые делители числа 120.

Продвинутый уровень

1. Сложные уравнения и неравенства:

- Решить уравнения и неравенства, включающие сложные выражения с натуральными числами.

2. Модульная арифметика:

- Применять модули для решения систем уравнений.
- Задачи на нахождение остатков.

3. Комбинаторные задачи:

- Решать задачи на сочетания и перестановки, связанные с натуральными числами.
- Спроектировать реальные ситуации, где требуется оценить количество способов выполнения какого-либо действия.

4. Задачи на факторизацию и сравнение:

- Найдите наименьшее число, которое делится на 15, 20 и 25 одновременно.

Творческий уровень

1. Исследовательские проекты:

- Изучение и представление теоретических тем, таких как, например, "Гипотеза простоты" или "Большая теорема Ферма" в упрощенном виде.

- Проекты, где необходимо применить свойства чисел для решения задач из других областей науки.

2. Разработка своих задач:

- Создать и представить свои собственные задачи на тему действий с натуральными числами и их свойств, а также решения к ним.

3. Математические игры и головоломки:

- Разработка и решение математических игр, использующих свойства чисел (например, числа Фибоначчи, магические квадраты).

Эти задания помогут школьникам не только закрепить знания, но и развить навыки критического мышления и анализа, что особенно важно при подготовке к ЕГЭ.

При работе с обучающимися, испытывающими трудности в обучении, рекомендуется использовать разработку: Работа с детьми, испытывающими трудности при изучении учебных предметов в основной школе: методическое пособие // О.М. Александрова, Э.М. Амбарцумова, М.А. Аристова, Н.В. Беяева, И.П. Васильевых, Н.Ф. Виноградова, Н.И. Городецкая, Ю.Н. Гостева, И.Н. Добротина, С.Е. Дюкова, Ж.Н. Критарова, Л.О. Рослова, Е.Л. Рутковская, О.Н. Шапарина. – 2-е издание, перераб. и доп. – М.: ФГБНУ «Институт содержания и методов обучения», 2024.

В целом, для успешного прохождения ГИА по математике необходимо организовать дифференцированную работу с учащимися класса и на уроке, и при составлении домашних заданий и заданий, предлагаемых обучающимся на контрольных, проверочных, диагностических работах. При дифференцированной работе каждый ученик имеет возможность овладеть учебным материалом в зависимости от его способностей и индивидуальных особенностей. Должна быть отработана технология подготовки и проведения групповых и индивидуальных консультаций для учащихся в период подготовки к ЕГЭ по математике.

Рациональное сочетание учителем традиционных и интерактивных приемов и методов, используемых на уроке и направленных на организацию самостоятельной деятельности каждого обучающегося, позволит устранить пробелы в знаниях и умениях и поможет проводить подготовку к аттестации дифференцированно для слабых и сильных учеников.

○ *Администрациям образовательных организаций*

Принять на уровне образовательной организации управленческие решения, направленные на повышение качества образования, в том числе:

- провести анализ потребности педагогов в методической поддержке по вопросам дифференциации обучения;
- организовать выявление лучших практик педагогов по организации дифференцированного обучения;
- организовать трансляцию лучших практик через заседания методических объединений, семинары, практикумы, мастер-классы;
- организовать участие педагогов в методических мероприятиях ГОУДПО «КРИРО», заседаниях республиканских методических объединений учителей-предметников;
- организовать разработку индивидуальных образовательных маршрутов для педагогов с привлечением регионального методического актива и тьюторов Центра непрерывного повышения профессионального мастерства педагогических работников ГОУДПО «КРИРО»;
- подключить обучающихся и педагогов к проекту ГОУДПО «КРИРО» «Личный кабинет обучающегося по подготовке к ГИА» и контролировать их активность.

○ *ИПК / ИРО, иным организациям, реализующим программы профессионального развития учителей*

1) Анализировать динамику результатов ЕГЭ по математике на республиканском уровне, выявлять качественные и количественные показатели, имеющие отрицательную динамику, определять причины ухудшения результатов.

2) В ходе реализации ДПП ПК, семинаров, сессий, консультаций изучать практики преподавания математики на уровне среднего общего образования, выявлять муниципалитеты и образовательные организации, чей опыт можно обобщить в рамках методической работы на республиканском уровне.

3) Продолжить практику проведения методических мероприятий с обобщением опыта конкретной образовательной организации, учителей, чьи учащиеся демонстрируют ежегодно стабильные результаты сдачи ЕГЭ по математике.

4) Продолжить реализацию проекта ГОУДПО «КРИРО» «Личный кабинет обучающегося по подготовке к ГИА».

5) Формировать и публиковать методические рекомендации с учетом опыта ведущих учителей республики по выполнению сложных заданий ЕГЭ по математике, в том числе по реализации дифференцированного подхода.

6) В течение года реализовать дополнительную профессиональную программу ГОУДПО «КРИРО», включенную в федеральный реестр профессиональных программ, – «Достижение предметных результатов обучающихся по учебному предмету «Математика»». Включить в нее вопросы, направленные на профилактику возможных трудностей обучающихся.

7) Информировать муниципалитеты и образовательные организации об активности участия учителей в методических мероприятиях по вопросам повышения качества преподавания математики.

4.2. Рекомендуемые темы для обсуждения / обмена опытом на методических объединениях учителей-предметников, в том числе по трансляции эффективных педагогических практик ОО с наиболее высокими результатами

1. Анализ итогов ЕГЭ-2025 на территории Республики Коми по учебному предмету «Математика (профильный уровень)».

2. Анализ типичных ошибок, допущенных участниками не только ЕГЭ-2025, но и прошлых лет, планирование работы по их ликвидации и профилактике.

3. Профессиональные компетенции учителя, повышающие мотивацию к обучению и формирующие математическую культуру обучающихся.

4. Обмен опытом работы и распространение успешного опыта обучения школьников учебному предмету «Математика (профильный уровень)» и подготовки выпускников к государственной итоговой аттестации.

5. Мастер-классы по решению геометрических задач, задач с параметрами и олимпиадных задач, связанных с числовыми свойствами.

6. Обсуждение и решение отдельных заданий КИМ по профильной математике, которые вызывают затруднения у педагогов и учащихся:

– алгебраические уравнения;

– неравенства, метод интервалов;

– планиметрия;

– стереометрия;

– теория вероятностей;

– элементы математического анализа;

– задачи с параметром.

7. Основные способы и приемы решения геометрических задач.

8. Обучение решению практико-ориентированных задач.

9. Формирование навыков построения и исследования простейших математических моделей в процессе формирования функциональной математической грамотности.

10. Составление плана интенсивного изучения тем с учетом основных затруднений учащихся на ЕГЭ по профильной математике в 2025 году.

11. Формирование системы подготовки учащихся к ЕГЭ по профильной математике с учетом дифференцированного подхода и построения индивидуальных образовательных маршрутов.

4.3. Рекомендуемые направления повышения квалификации работников образования

В течение года реализовать дополнительную профессиональную программу ГОУДПО «КРИРО», включенную в федеральный реестр профессиональных программ, – «Достижение предметных результатов обучающихся по учебному предмету «Математика»».

Включить в содержание темы:

- Формирование системы подготовки учащихся к ЕГЭ по математике с учетом дифференцированного подхода и построения индивидуальных образовательных маршрутов.

- Составление плана интенсивного изучения тем с учетом основных затруднений учащихся на ЕГЭ по математике в 2025 году.

- Методика обучения решению отдельных заданий КИМ по профильной математике, которые вызывают затруднения у педагогов и учащихся: рациональные уравнения; квадратные уравнения с модулем и параметром; дробно-рациональные неравенства; планиметрия; стереометрия; элементы математического анализа; задачи на доказательство; действия с натуральными числами и работа со свойствами чисел.

- Обучение решению практико-ориентированных задач.

- Формирование навыков построения и исследования простейших математических моделей в процессе формирования функциональной математической грамотности.

- Критерии оценивания заданий повышенного и высокого уровня с развернутым решением.

В течение года реализовать дополнительную профессиональную программу ГОУДПО «КРИРО», включенную в федеральный реестр профессиональных программ, – «Формирование метапредметных результатов в структуре современного урока».

4.4. Рекомендации по другим направлениям

Трансляция эффективных педагогических практик ОО с наиболее высокими результатами ЕГЭ 2025 г.:

- Мастер-класс/практикум по организации дифференцированной работы при подготовке к ГИА по математике

- Мастер-классы/практикумы по решению заданий к ГИА по математике от учителей, чьи учащиеся получили наибольшие результаты

- Семинар «Особенности подготовки к ГИА по математике: из опыта педагогической практики».

СОСТАВИТЕЛИ ОТЧЕТА по учебному предмету: МАТЕМАТИКА (ПРИФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ)

Специалисты, привлекаемые к анализу результатов ЕГЭ по учебному предмету

<i>Фамилия, имя, отчество</i>	<i>Место работы, должность, ученая степень, ученое звание, принадлежность специалиста (к региональным организациям развития образования, к региональным организациям повышения квалификации работников образования, к региональной ПК по учебному предмету, пр.)</i>
Гавзова Татьяна Владимировна	Государственное общеобразовательное учреждение «Коми республиканский лицей при Сыктывкарском государственном университете», учитель математики, председатель республиканской предметной комиссии по проверке экзаменационных работ при проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования и единого государственного экзамена по математике

Специалисты, привлекаемые к подготовке методических рекомендаций на основе результатов ЕГЭ по учебному предмету

<i>Фамилия, имя, отчество</i>	<i>Место работы, должность, ученая степень, ученое звание, принадлежность специалиста (к региональным организациям развития образования, к региональным организациям повышения квалификации работников образования, к региональной ПК по учебному предмету, пр.)</i>
Габова Марина Анатольевна	ГОУДПО «КРИРО», проректор по научно-методической работе, к.п.н, доцент, региональная организация развития образования

Ответственный специалист в Республике Коми по вопросам организации проведения анализа результатов ЕГЭ по учебным предметам

<i>Фамилия, имя, отчество</i>	<i>Место работы, должность, ученая степень, ученое звание</i>
Афанасьева Светлана Александровна	ГАУ РК «РИЦОКО», заместитель директора по оценке качества образования