ГЛАВА 2.
Методический анализ результатов ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ (ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ)

РАЗДЕЛ 1. ХАРАКТЕРИСТИКА УЧАСТНИКОВ ЕГЭ ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ

1.1.Количество участников ЕГЭ по учебному предмету (за 3 года)

Таблица 2-1

2024 г.		2025 г.		2026 г.	
чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
1417	40,94	1624	44,05	1775	48,72

1.2.Процентное соотношение юношей и девушек, участвующих в ЕГЭ (за 3 года)

Таблица 2-2

Пол	2024 г.		2025 г.		2026 г.	
	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
Женский	551	38,88	653	40,21	705	39,72
Мужской	866	61,12	971	59,79	1070	60,28

1.3. Количество участников экзамена в регионе по категориям (за 3 года)

Таблица 2-3

Категория участика	2024 г.		2025 г.		2026 г.	
	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
ВТГ, обучающиеся по программам СОО	1413	99,72	1619	99,69	1762	99,27

ВПЛ	0	0,00	0	0,00	1	0,06
ВТГ, обучающиеся по программам СПО	4	0,28	5	0,31	12	0,68
Обучающийся общеобразовательной организации, завершивший освоение образовательной программы по учебному предмету	0	0,00	0	0,00	0	0,00

1.4.Количество участников экзамена в регионе по типам ОО

Таблица 2-4

№ п/п	Категория участика	2024 г.		2025 г.		2026 г.	
		чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
1.	СОШ	679	48,05	822	50,77	918	52,10
2.	СОШ с УИОП	302	21,37	316	19,52	321	18,22
3.	Гимназии	154	10,90	190	11,74	187	10,61
4.	Лицеи	272	19,25	283	17,48	328	18,62
6.	Кадетские школы	6	0,42	8	0,49	8	0,45

1.5.Количество участников ЕГЭ по учебному предмету по АТЕ региона

Таблица 2-5

№ п/п	Наименование АТЕ	Количество участников ЕГЭ по учебному предмету	% от общего числа участников в регионе
1.	МО ГО «Сыктывкар»	590	33,24
2.	МО «Воркута» Республики Коми	122	6,87
3.	МО «Вуктыл» Республики Коми	29	1,63
4.	МО «Инта»	39	2,20
5.	МР «Печора»	72	4,06
6.	МР «Сосногорск»	61	3,44
7.	МО «Усинск» Республики Коми	111	6,25
8.	МО "Ухта" Республики Коми	360	20,28

9.	МР "Ижемский"	36	2,03
10.	МР "Княжпогостский"	31	1,75
11.	МР "Койгородский"	21	1,18
12.	МР "Корткеросский"	15	0,85
13.	МР "Прилузский"	35	1,97
14.	МР "Сыктывдинский" Республики Коми	31	1,75
15.	МР "Сысольский"	19	1,07
16.	МР "Троицко-Печорский"	15	0,85
17.	МР "Удорский"	10	0,56
18.	МР "Усть-Вымский"	36	2,03
19.	МР "Усть-Куломский"	30	1,69
20.	МР "Усть-Цилемский"	14	0,79
21.	ГОУ «Гимназия искусств при Главе Республики Коми»	3	0,17
22.	ГОУ «КРЛ при СГУ»	25	1,41
23.	ГОУ РК «ФМЛИ»	45	2,54
24.	ГОУ «Лицей для одаренных детей»	25	1,41

1.6. Прочие характеристики участников экзаменационной кампании (при наличии)

нет

1.7.ВЫВОДЫ о характере изменения количества участников ЕГЭ по учебному предмету

В сдаче ЕГЭ по математике профильного уровня в текущем году приняли участие 1775 человек. По сравнению с предшествующими годами число экзаменуемых осталось примерно на том же уровне: 2024 год – 40,94% (1417); 2025 год – 44,05% (1624); 2026 год – 48,72% (1775). Стабильность данного показателя обусловлена отсутствием в этом году существенных изменений в порядке проведения и в содержании КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня и соответственно базового уровня по сравнению с предыдущим годом. Сравнивая доли участников ГИА, выбравших ЕГЭ по математике базового уровня и профильного уровня, можно сделать вывод о том, что в этом году, так же, как и в 2024 году, чуть меньше половины выпускников сдавали экзамен по профильному уровню.

Анализ по гендерному признаку показал, что соотношение юношей и девушек, участвующих в ЕГЭ по математике, в 2026 году по сравнению с 2025 годом практически не изменилось: девушек в 2024 году – 38,88%; в 2025 году – 40,21%; в 2026 году – 39,72%, что соответственно свидетельствует о стабильности участников из числа юношей (61,12%; 59,79% и 60,28%).

В данном году, как и в предыдущие годы, модель ЕГЭ по профильному уровню остается востребованной в большей степени у представителей мужского пола. Это связано с тем, что юноши с своем дальнейшем профессиональном образовании чаще, чем девушки, выбирают направления, которые требуют наличия специальной математической подготовки для технических специальностей.

Как видно из представленных статистических данных (*таблица 2-4*), доля участников ЕГЭ по типам ОО в 2026 году по сравнению с предшествующим периодом изменилась незначительно: выпускники СОШ – 52,10% (2025 год – 50,77%); выпускники СОШ с УИОП – 18,22% (2025 – 19,52%); выпускники гимназий – 10,61% (2025 – 11,74%); выпускники лицеев – 18,62% (2025 – 17,48%); кадетской школы – 0,45% (2025 - 0,49%).

Наибольшее количество выпускников приняли участие в ЕГЭ по математике в МО ГО «Сыктывкар» – 590 чел., что составляет 33,24% от общего числа участников в регионе.

Всего в муниципальных образованиях, в том числе в МО ГО «Сыктывкар», МО «Воркута», МО «Вуктыл», МО «Инта», МО «Усинск», МО «Ухта», в ЕГЭ по математике приняли участие 1251 чел., что составляет 70,47% от общего числа участников.

426 чел. (24% от общего числа участников) – выпускники образовательных организаций муниципальных районов республики.

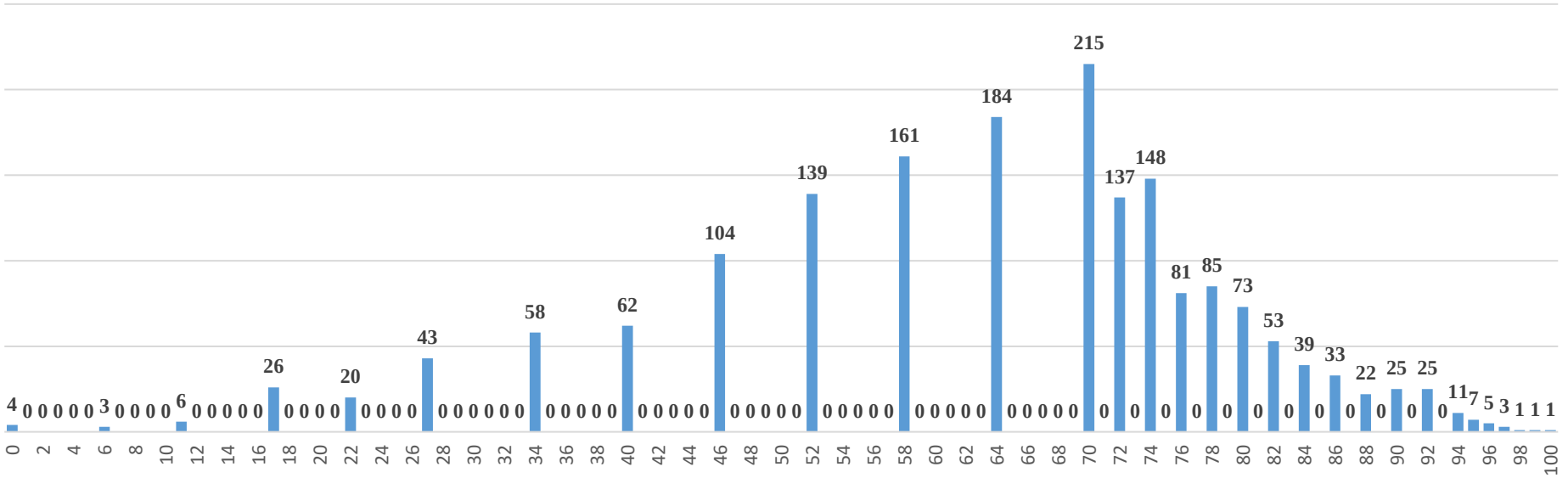
98 чел. (5,52% от общего числа участников) – выпускники государственных образовательных организаций.

Таким образом, на основании количественной характеристики состава участников ЕГЭ по математике можно сделать вывод о том, что общая динамика количественных показателей в республике в 2026 году существенно не отличается от предыдущих лет (2024,2025 года)

РАЗДЕЛ 2. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЕГЭ ПО ПРЕДМЕТУ

2.1. Диаграмма распределения тестовых баллов участников ЕГЭ по предмету в 2026 г.

(количество участников, получивших тот или иной тестовый балл)



2.2.Динамика результатов ЕГЭ по предмету за последние 3 года

Таблица 2-6

№ п/п	Участников, набравших балл	Год проведения ГИА		
		2024 г.	2025 г.	2026 г.
1.	ниже минимального балла, %	3,53	4,25	3,32
2.	от минимального балла до 60 баллов, %	26,16	41,69	31,94
3.	от 61 до 80 баллов, %	48,31	48,21	52,00
4.	от 81 до 100 баллов, %	22,00	5,85	12,73
5.	Средний тестовый балл	67,02	59,40	64,17

2.3.Результаты ЕГЭ по учебному предмету по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки

2.3.1. в разрезе категорий участников ЕГЭ

Таблица 2-7

№ п/п	Категории участников	Доля участников, у которых полученный тестовый балл			
		ниже минимального	от минимального балла до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1.	ВТГ, обучающиеся по программам СОО	3,06	31,84	52,27	12,83
2.	ВТГ, обучающиеся по программам СПО	41,67	41,67	16,67	0,00
3.	ВПЛ	0,00	100,00	0,00	0,00
4.	Обучающийся общеобразовательной организации, завершивший освоение образовательной программы по учебному предмету	0,00	0,00	0,00	0,00

2.3.2. в разрезе типа ОО[1]

Таблица 2-8

№ п/п	Тип ОО	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1.	СОШ	918	4,36	40,74	48,91	5,99
2.	СОШ с УИОП	321	3,43	28,66	60,44	7,48
3.	гимназии	187	0,53	23,53	61,50	14,44
4.	лицеи	328	0,61	14,33	48,78	36,28
5.	кадетские школы	8	0,00	50,00	37,50	12,50

2.3.3. в разрезе уровня изучения предмета

Таблица 2-9

№ п/п	Уровень изучения предмета	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1.	базовый	739	3,52	35,45	53,86	7,17
2.	углубленный	1023	2,74	29,23	51,12	16,91

2.3.4. в сравнении по АТЕ

Таблица 2-10

№ п/п	Наименование АТЕ	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1.	МО ГО «Сыктывкар»	590	3,05	29,83	53,73	13,39
2.	МО «Воркута» Республики Коми	122	4,10	32,79	58,20	4,92

[1] Перечень категорий ОО дополняется / уточняется в соответствии со спецификой региональной системы образования

№ п/п	Наименование АТЕ	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
3.	МО «Вуктыл» Республики Коми	29	3,45	58,62	34,48	3,45
4.	МО «Инта»	39	5,13	30,77	53,85	10,26
5.	МР «Печора»	72	2,78	38,89	50,00	8,33
6.	МР «Сосногорск»	61	3,28	37,70	47,54	11,48
7.	МО «Усинск» Республики Коми	111	2,70	30,63	57,66	9,01
8.	МО "Ухта" Республики Коми	360	2,78	34,17	48,61	14,44
9.	МР "Ижемский"	36	11,11	36,11	47,22	5,56
10.	МР "Княжпогостский"	31	9,68	48,39	41,94	0,00
11.	МР "Койгородский"	21	0,00	28,57	52,38	19,05
12.	МР "Корткеросский"	15	0,00	46,67	46,67	6,67
13.	МР "Прилузский"	35	2,86	40,00	57,14	0,00
14.	МР "Сыктывдинский" Республики Коми	31	3,23	41,94	45,16	9,68
15.	МР "Сысольский"	19	0,00	31,58	57,89	10,53
16.	МР "Троицко-Печорский"	15	13,33	20,00	66,67	0,00
17.	МР "Удорский"	10	0,00	40,00	60,00	0,00
18.	МР "Усть-Вымский"	36	8,33	41,67	44,44	5,56
19.	МР "Усть-Куломский"	30	3,33	26,67	53,33	16,67
20.	МР "Усть-Цилемский"	14	7,14	28,57	57,14	7,14
21.	ГОУ «Гимназия искусств при Главе Республики Коми»	3	0,00	0,00	100,00	0,00
22.	ГОУ «КРЛ при СГУ»	25	0,00	12,00	60,00	28,00
23.	ГОУ РК «ФМЛИ»	45	0,00	4,44	44,44	51,11

№ п/п	Наименование АТЕ	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
24.	ГОУ «Лицей для одаренных детей»	25	0,00	4,00	52,00	44,00

2.4.Выделение перечня ОО, продемонстрировавших наиболее высокие и низкие результаты ЕГЭ по предмету

2.4.1. Перечень ОО, продемонстрировавших наиболее высокие результаты ЕГЭ по предмету

Таблица 2-11

№ п/п	Наименование ОО	Количество ВТГ, чел.	Доля ВТГ, получивших тестовый балл			
			от 81 до 100 баллов	от 61 до 80 баллов	от минимального балла до 60 баллов	ниже минимального
1.	МАОУ «Технологический лицей» г. Сыктывкар	49	42,86	51,02	6,12	0,00
2.	МАОУ «УТЛ» г. Ухта	61	42,62	50,82	6,56	0,00
3.	ГОУ РК «ФМЛИ»	37	40,54	45,95	13,51	0,00

2.4.2. Перечень ОО, продемонстрировавших низкие результаты ЕГЭ по предмету

Таблица 2-12

№ п/п	Наименование ОО	Количество ВТГ, чел.	Доля ВТГ, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального балла до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1.	МАОУ «Средняя общеобразовательная школа № 31» г. Сыктывкара	10	20,00	50,00	20,00	10,00
2.	МБОУ «Щельяюрская СОШ» (Ижемский р-н)	16	18,75	31,25	43,75	6,25

2.5. ВЫВОДЫ о характере изменения результатов ЕГЭ по предмету

На основании анализа приведенной статистической информации и результатов ЕГЭ предыдущих лет можно сделать следующие выводы:

В 2026 году произошло увеличение среднего тестового балла по сравнению с предыдущим 2025 годом: 2026 год – 64,17 (2024 год – 67,02; 2025 год – 59,4)

Количество выпускников, не набравших минимальное количество баллов: 2024 год – 3,53%, 2025 год – 4,25%; 2026 год – 3,32% т.о. по сравнению с предыдущими годами в текущем году количество выпускников, не преодолевших минимальное количество баллов снизилось.

Результаты по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки в разрезе категорий участников свидетельствуют о том, что выпускники текущего года, обучающиеся по программам СОО, традиционно сдают экзамен по математике лучше, чем выпускники СПО, что подтверждается статистическими данными, представленными в *таблице 2-7*.

Проведенный анализ результатов ЕГЭ по математике с учетом типа образовательной организации показал, что самые высокие результаты демонстрируют обучающиеся лицеев – 85,06% (2024 год – 95,24%; 2025 год – 85,51% участников набрали от 61 до 100 баллов), гимназий – 75,94% (участников получили от 61 до 100 баллов).

Наибольшая доля участников экзамена, не набравших минимальное количество баллов, среди выпускников СОШ (4,36%). В остальных образовательных организациях доля выпускников, не преодолевших минимальный порог ниже 4%.

Сравнение основных результатов экзамена в разрезе АТЕ показало следующее:

- доля участников, получивших от 81 до 100 баллов, самая высокая в образовательных организациях ГОУ РК «ФМЛИ» (51,11%), ГОУ РК «Лицей для одаренных детей» (44,00%), ГОУ «КРЛ при СГУ» (28,00%).

- доля участников ЕГЭ, набравших тестовый балл ниже минимального, самая высокая в МР «Ижемский» (11,11%), МР «Троицко-Печорский» (13,33%) данные говорят о том, что участники экзамена осознанно выбирают экзамен по математике профильного уровня; Во всех остальных АТЕ процент участников экзамена, получивших балл ниже минимального ниже 10%.

Лучшие результаты по итогам сдачи математики в 2026 году показали выпускники следующих ОО:

- ГОУ РК «ФМЛИ» (40,54% набрали от 81 до 100 баллов; 45,95% - от 61 до 80 баллов)
- МАОУ «УТЛ» г. Ухта (42,62% – от 81 до 100 баллов; 50,82% – от 61 до 80 баллов)
- МАОУ «Технологический лицей» (42,86% - от 81 до 100 баллов; 51,02% - от 61 до 80 баллов).

В 2026 году низкие результаты обученности показали выпускники следующих ОО:

- МБОУ «Щельяюрская СОШ» (Ижемский района) – 18,75% участников не достигли минимального балла;
- МАОУ «СОШ №31» г. Сыктывкар – 20% участников не достигли минимального балла;

Результаты ЕГЭ 2026 года по математике в целом увеличились с результатами прошлых лет. Изменения результатов ЕГЭ по математике в 2026 году по сравнению с предшествующим периодом связано с изменением содержания некоторых заданий и их сложностью решения, так как по анализу участников ЕГЭ и общеобразовательных организаций существенных изменений не произошло.

2.6. Связь динамики результатов ЕГЭ по предмету с принятыми на уровне субъекта Российской Федерации, муниципалитета, образовательных организаций мерами повышения качества освоения ФОП

Динамика результатов ЕГЭ по математике свидетельствует о том, что разработанные по итогам ЕГЭ 2024-2025 года материалы и рекомендации используются образовательными организациями и специалистами муниципальных органов управления образованием. Рост показателей качества выполнения отдельных заданий КИМ на ГИА по математике позволяет предположить, что педагоги отдельных образовательных организаций воспользовались представленными методическими рекомендациями, приняли их как руководство к практическому действию.

Анализ профессиональной активности педагогов каждого муниципального образования, ежемесячно осуществляемый ГОУДПО «Коми республиканский институт развития образования» на основании статистики участия в методических мероприятиях, заседаниях республиканских методических объединений показывает, что активность большинства педагогов недостаточно высокая. Педагоги недостаточно используют те возможности, которые реализованы в содержании мероприятий дорожной карты: участие в мероприятиях в режиме онлайн-подключения для удаленных территорий, возможность просмотра видеозаписи оффлайн в удобное время в сервисе «Видеозал», возможность задать вопросы и получить консультацию от специалистов, региональных и муниципальных методистов и др. При этом наблюдается взаимосвязь между низкой профессиональной активностью педагогов и низкими результатами обучающихся. В то же время отмечается повышение результатов в отдельных образовательных организациях и муниципальных образованиях, педагоги которых демонстрируют высокую профессиональную активность.

РАЗДЕЛ 3. МЕТОДИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ КИМ И РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ РЕГИОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ

3.1. Статистический анализ выполнения заданий КИМ

Основные статистические характеристики выполнения заданий в целом представлены в Таб.2-13. Информация о результатах оценивания выполнения заданий, в том числе в разрезе данных о получении того или иного балла по критерию оценивания выполнения каждого задания КИМ представлена в Таб. 2-14.

Таблица 2-13

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Коми в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
1.	Умение оперировать понятиями: плоский угол, площадь фигуры, подобные фигуры; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы	Б	88,82	46,30	79,50	94,57	98,67
2.	Умение оперировать понятиями: вектор, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, скалярное произведение, угол между векторами	Б	92,00	35,19	85,38	97,72	98,67

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Коми в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
3.	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, величина угла, плоский угол, двугранный угол, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, объём фигуры, площадь поверхности; умение использовать геометрические отношения при решении задач; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии	Б	73,33	7,41	56,86	83,06	90,27
4.	Умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность	Б	94,10	59,26	91,80	96,53	98,23

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Коми в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
5.	Умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, комбинаторные факты и формулы	П	83,48	18,52	68,98	92,83	96,90
6.	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов	Б	97,11	66,67	95,19	99,46	99,56
7.	Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений	Б	86,89	25,93	69,88	97,72	99,56

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Коми в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
8.	Умение оперировать понятиями: функция, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, производная функции, первообразная; находить уравнение касательной к графику функции; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций; находить площади фигур с помощью интеграла	Б	76,22	16,67	47,95	91,21	99,56
9.	Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов	П	77,07	5,56	50,80	92,83	95,13

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Коми в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
10.	Умение решать текстовые задачи разных типов, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов	П	79,74	9,26	57,04	93,49	96,90
11.	Умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений	П	86,44	5,56	69,52	98,15	100,00
12.	Умение оперировать понятиями: экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций	П	77,24	5,56	50,98	92,40	97,79
13.	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов	П	38,79	0,00	0,45	50,98	93,58

14.	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, отрезок, луч, величина угла, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; площадь фигуры, объём фигуры, многогранник, поверхность вращения, площадь поверхности, сечение; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения; использовать геометрические отношения при решении задач; находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии	П	3,90	0,00	0,06	2,03	21,98
15.	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов	П	18,25	0,00	0,09	14,82	81,64

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Коми в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
16.	Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; умение решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из области управления личными и семейными финансами	П	19,21	0,00	0,27	16,61	81,42
17.	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, отрезок, луч, величина угла; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии, использовать геометрические отношения при решении задач; умение находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы	П	0,72	0,00	0,00	0,22	4,72

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Коми в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
18.	Умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами	В	7,97	0,00	0,00	1,82	54,76

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Коми в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
19.	Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; умение оперировать понятиями: множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел, остаток по модулю; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное; умение выбирать подходящий метод для решения задачи	В	5,76	0,00	0,53	5,32	21,90
Всего заданий – **19**; из них по типу заданий: с кратким ответом – **12**; с развёрнутым ответом – **7**; по уровню сложности: Б – **7**; П – **10**; В – **2**. Максимальный первичный балл за работу – **32**. Общее время выполнения работы – **3 часа 55 минут (235 минут)**.							

Таблица 2-14

Номер задания / критерия оценивания в КИМ	Количество полученных первичных баллов	Процент участников экзамена в субъекте Российской Федерации, получивших соответствующий первичный балл за выполнения задания в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки			
		в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б., %	в группе от 61 до 80 т.б., %	в группе от 81 до 100 т.б., %
1-1	0	54,24	20,28	5,42	1,33
1-1	1	45,76	79,72	94,58	98,67
1-2	0	66,1	14,81	2,28	1,33
1-2	1	33,9	85,19	97,72	98,67
1-3	0	93,22	43,39	16,9	9,73
1-3	1	6,78	56,61	83,1	90,27
1-4	0	40,68	8,11	3,47	1,77
1-4	1	59,32	91,89	96,53	98,23
1-5	0	83,05	31,04	7,15	3,1
1-5	1	16,95	68,96	92,85	96,9
1-6	0	33,9	4,94	0,54	0,44
1-6	1	66,1	95,06	99,46	99,56
1-7	0	76,27	30,51	2,28	0,44
1-7	1	23,73	69,49	97,72	99,56
1-8	0	83,05	51,85	8,78	0,44
1-8	1	16,95	48,15	91,22	99,56
1-9	0	94,92	49,21	7,15	4,87
1-9	1	5,08	50,79	92,85	95,13
1-10	0	91,53	42,68	6,5	3,1
1-10	1	8,47	57,32	93,5	96,9
1-11	0	94,92	30,69	1,84	0
1-11	1	5,08	69,31	98,16	100

Номер задания / критерия оценивания в КИМ	Количество полученных первичных баллов	Процент участников экзамена в субъекте Российской Федерации, получивших соответствующий первичный балл за выполнения задания в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки			
		в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б., %	в группе от 61 до 80 т.б., %	в группе от 81 до 100 т.б., %
1-12	0	94,92	49,21	7,69	2,21
1-12	1	5,08	50,79	92,31	97,79
2-13	0	100	99,12	44,31	3,98
2-13	1	0	0,88	9,64	4,87
2-13	2	0	0	46,05	91,15
2-14	0	100	99,82	95,12	63,72
2-14	1	0	0,18	4,12	19,47
2-14	2	0	0	0,33	3,98
2-14	3	0	0	0,43	12,83
2-15	0	100	99,82	85,05	18,14
2-15	1	0	0,18	0,33	0,44
2-15	2	0	0	14,63	81,42
2-16	0	100	99,47	81,37	13,27
2-16	1	0	0,53	4,12	10,62
2-16	2	0	0	14,52	76,11
2-17	0	100	100	99,35	88,5
2-17	1	0	0	0,65	10,18
2-17	3	0	0	0	1,33
2-17	0	100	100	94,69	30,09
2-18	1	0	0	4,23	14,16
2-18	2	0	0	0,65	6,64
2-18	3	0	0	0	4,87
2-18	4	0	0	0,43	44,25

Номер задания / критерия оценивания в КИМ	Количество полученных первичных баллов	Процент участников экзамена в субъекте Российской Федерации, получивших соответствующий первичный балл за выполнения задания в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки			
		в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б., %	в группе от 61 до 80 т.б., %	в группе от 81 до 100 т.б., %
2-18	0	100	97,88	80,17	32,3
2-19	1	0	2,12	18,63	53,1
2-19	2	0	0	1,08	11,95
2-19	0	0	0	0,00	0,00
2-19	4	0	0	0,11	2,65

Выявление для каждой группы участников ЕГЭ заданий, выполняемых с наибольшей и наименьшей успешностью –

Таблица 2-15

	в группе не преодолевших минимальный балл	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
1	2	3	4	5
Наиболее успешно выполненные задания **базового** уровня сложности (выше 80%)	*нет*	*2,4,6*		
Наименее успешно выполненные **задания** базового уровня сложности (менее 50%)	*1,2,3,7,8*	*8*	*нет*	
Наиболее успешно выполненные задания **повышенного** уровня сложности (выше 80%)	*нет*	*нет*	*5,9,10,11,12*	*5,9,10,11,12,13,15,16*

Наименее успешно выполненные задания **повышенного** уровня сложности (менее 50%)		*13,14,15,16,17*	*14,15,16,17*	*14,17*
Наиболее успешно выполненные задания **высокого** уровня сложности (выше 80%)		*нет*	*нет*	*нет*
Наименее успешно выполненные задания **высокого** уровня сложности (менее 50%)			*18,19*	*19*

Б (базовый уровень) задания №1,2,3,4,6,7,8

П (повышенный уровень) задания №5,9,10,11,12,13,14,15,16,17

В (высокий уровень) задания №18,19

В 2026 году все задания базового уровня выполнены выше 50%

Задания повышенного и высокого уровня (с процентом выполнения ниже 10%)

Задание №14 (геометрическая задача по стереометрии) 3,90%

Задание №17 (геометрическая задача по планиметрии) 0,72%

Задание №18 (задача с параметрами) 7,97%

Задание №19 (задача на числовые свойства) 5,76%

Средний тестовый балл экзамена по математике в 2026 году составил 64,17 (2024 год – 67,02; 2025 год – 59,4). Повышение **результатов ЕГЭ по математике в 2026 году по сравнению с 2025 годом можно объяснить изменением содержания заданий повышенной сложности**.

В целом задания с кратким ответом выполнены успешно, что свидетельствует о том, что более 90% выпускников, сдававших профильный экзамен, овладели программой по математике за курс средней школы на хорошем уровне (сдали экзамен на 30 баллов и выше).

Итоги экзамена показывают, что задания с кратким ответом выполнены значительно лучше заданий с развернутым ответом.

Все задания базового уровня выполнены выше, чем на 50% (хуже всего выполнено задание №3 - задача по стереометрии – 73,33%), задания повышенного уровня сложности с кратким ответом выполнены более чем на 77%.

Анализ выполнения заданий 2026 года.

Высокие средние показатели успешности (более 80%) участники экзамена в 2026 году продемонстрировали при решении следующих заданий:

задание 1 (уметь решать задачи планиметрии): 88,82%

задание 2 (уметь выполнять преобразования с координатами векторов): 92,00%

задание 4 (уметь строить и исследовать простейшие математические модели, вычислять вероятность): 94,10%;

задание 5 (умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, комбинаторные факты и формулы): 83,48%

задание 6 (уметь решать уравнения и неравенства): 97,11%;

задание 7 (умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражения): 86,89%

задание 11 (уметь выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений): 86,44%

Данные задания проверяют умения решать уравнения и неравенства, выполнять вычисления и преобразования; строить и исследовать простейшие математические модели, применять простейшие геометрические факты к решению задач. Этот факт говорит о том, что у участников экзамена сформированы математические компетенции базового уровня.

Традиционно успешность выполнения заданий с развернутым ответом является более низкой по сравнению с заданиями с кратким ответом. Наилучший результат успешности среди этих заданий участники показали при выполнении задания 13 (решить уравнение и отобрать корни, принадлежащие заданному промежутку). Средний процент выполнения данного задания в 2026 году составляет 38,79% (2024 год – 45,8%; 2025 год – 44,35%).

На втором месте по уровню успешности – задание 16 (задача с экономическим содержанием) – 19,21% (2024 год – 26,01%; 2025 год – 15,76%)

Далее по уровню успешности следует задание 15 (решить неравенство) – 18,25% (2024 год – 24,98%; 2025 год – 11,3%).

Остальные задания по уровню успешности можно представить в следующем порядке:

- задание 18 (задача с параметрами) равен 7,97% (2025 год – 1,31%; 2024 год – 6,66%)
- задание 19 (действия с натуральными числами и работа со свойствами чисел), средний процент его выполнения – 5,76% (2025 год – 0,46%; 2024 год – 38,29%).
- задание 14 (стереометрия), средний процент – 3,90% (2025 год – 2,01%; 2024 год – 1,09%);
- задание 17 (планиметрия), средний процент – 0,72% (2025 год – 5,16%; 2024 год – 8,49%).

Задания высокого уровня сложности и геометрические задачи традиционно имеют низкую успешность выполнения. Как показывают результаты, практически у всех участников ЕГЭ проявляется доминирование знаний по алгебре над знаниями по геометрии.

Разберем основные ошибки в решении сложных заданий и заданий второй части с развернутым ответом, на примере варианта №319.

Задание 13.

13 а) Решите уравнение $2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-2\sqrt{3}\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-6\pi;-\frac{9\pi}{2}\right].$

Средний процент выполнения данного задания –38,79%.

Проверка экзаменационных работ членами республиканской предметной комиссии выявила следующие наиболее распространенные ошибки при выполнении данного задания: При отборе корней по единичной окружности не подписывается точка на окружности (вычисляется аналитически); при отборе используется два способа отбора, при помощи единичной окружности (не подписываются верно точки) и перебором (не полный перебор); не выделяется дуга при отборе по окружности, соответственно не подписываются концы отрезка на котором происходит отбор; неверное решение простейшего тригонометрического уравнения, путаница с определение основного угла и периода; при преобразовании тригонометрического выражения неверно применялась формула приведения; формула сложения, также присутствовали арифметические ошибки. Не понимание решения тригонометрического уравнения, после замены возвращаются к x=$\frac{-\sqrt{3}}{2}$; неверное определение arctg(-1)=$\frac{3\pi}{4}$ К недочетам можно отнести то, что получившийся в результате ответ учащиеся не сокращали, например $\frac{-16\pi}{6}$; прописывали дублирование корней $-\frac{\pi}{3}+\pi k$ и $-\frac{4\pi}{3}+\pi n$; при отборе корней с помощью двойного неравенства приводился сразу ответ; при решении однородного уравнения первого порядка также сразу выдавался ответ cosx = $-\sqrt{3}sinx$. В решение присутствует запись о верно найденных корнях, а в ответ записывается ошибочное число. Вышеперечисленные ошибки являются традиционными. В целом следует отметить, что с этим заданием приступившие к нему участники справились.

Задание 14

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точки M и K — середины рёбер AB и SD соответственно.
а) Докажите, что прямая MK параллельна плоскости SBC.
б) Найдите высоту пирамиды, если $AB=12$, а угол между прямой MK и плоскостью основания пирамиды равен $60°$.

Средний процент выполнения данного задания – 2,01%.

Геометрические задачи традиционно вызывают затруднения у обучающихся. Задание 14 представляет собой задачу по стереометрии, в первой части которой необходимо провести доказательные рассуждения, а во второй – найти длину отрезка.

Основные сложности у выпускников возникают при доказательстве параллельности прямой и плоскости. Рассматривался четырехугольник, который безосновательно становился параллелограммом. Доказательство останавливалось на доказательстве параллельности двух прямых КМ и ВР. Также встречались арифметические ошибки в вычислениях или неверная подстановка найденных отрезков. В пункте б) не было обоснования расположения угла между прямой и плоскостью. К недочетам можно отнести неверное употребление геометрической терминологии: высота квадрата, средняя линия квадрата, медиана квадрата.

Задание 15

15 Решите неравенство $2^{\log_2(\log_2 x)}+\log_4^2 x-3\le 0$.

Средний процент выполнения данного задания – 11,3%.

Типичные ошибки при решении данного неравенства: Не верное решение простейшего логарифмического неравенства $log_2 x \geq -6; x \geq \frac{1}{32}$. Вынесение степени из основания без учета степени самого логарифма. Неверное решение системы неравенств в ОДЗ $log_2 x > 0, x > 0$ вывод $x > 0$. При верном решении учащиеся в ответе забывали писать точку, входящую в ответ. К недочетам можно отнести непонятную штриховку на числовой прямой, или предъявлялась числовая прямая не относящаяся к решению неравенства. При замене $t = log_2 x$ от промежутка t$\in [-6; 2]$, переход к x$\in [\frac{1}{64}; 4]$. При проверке работ ЕГЭ с развернутым ответом эксперты обращают внимание на логику и верность рассуждений, участник волен сам выбирать способ решения, но при этом не смешивать методы решения.

Задание 16

16 В июле 2028 года планируется взять в банке кредит на четыре года в размере S тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
— в июле 2029, 2030 и 2031 годов долг должен быть на 20 % меньше долга на июль предыдущего года;
— к июлю 2032 года долг должен быть выплачен полностью.
Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 47 712 тыс. рублей. Найдите S.

Средний процент выполнения данного задания – 15,76%.

В задании 16 традиционными являются арифметические и алгебраические ошибки при решении уравнений; непонимание условия задачи, из-за чего строится не верная математическая модель; путались единицы измерения, в следствии чего получали неверный ответ (путаница между млн.р. и тыс.р.). К недочетам можно отнести предоставление ответа в виде дробно-рационального выражения, не досчитанного до конца.

Задание 17

17 В равнобедренном остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AH и CT к боковым сторонам BC и AB. Отрезки HM и HK — перпендикуляры к прямым AB и AC соответственно. Отрезки CT и MK пересекаются в точке E.
а) Докажите, что $TH = ME$.
б) Найдите длину отрезка EK, если $AB = 5$ и $AC = 6$.

Средний процент выполнения данного задания – 5,16%.

В основном авторы решений путались при доказательстве пункта а), в пункте б) многие верно находили числовое значение длины стороны. К основным ошибкам можно отнести: неверное построение чертежа; путаница в буквах; при дополнительных построениях биссектрисы, она безосновательно принимались за медиану или высоту, также допускались вычислительные ошибки

Задание 18

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left(x^2-x\right)a^2+\left(x^4-x^3-x+1\right)a-x^3+x^2=0$$

имеет ровно два различных корня.

Средний процент выполнения данного задания – 1,31%.

В данном задании вызывало затруднение разложить выражение на множители. При разложении делался верный переход к совокупности уравнений, дальше аналитически приводились неверные рассуждения для нахождения двух различных корней. Происходила путаница в рассуждениях для x=0. При графическом способе решения после разложения на множители строились не верные графики гиперболы и параболы.

Задание 19

19 На столе лежит некоторое количество карточек, часть из которых синего цвета, а остальные красного (есть хотя бы по одной карточке каждого цвета). На каждой карточке написано целое число. На карточках синего цвета написаны различные числа, делящиеся на 3, а на карточках красного цвета написаны различные чётные числа (при этом некоторые числа могут быть написаны дважды: один раз на синей карточке и один раз на красной карточке). Все числа на карточках больше −72.

Оказалось, что наибольшее число, написанное на красной карточке, равно удвоенному количеству синих карточек, а наибольшее число, написанное на синей карточке, равно количеству красных карточек.

а) Может ли на столе лежать ровно четыре карточки?

б) Может ли число красных карточек на столе быть на 60 больше числа синих карточек на столе?

в) Какое наибольшее количество карточек может лежать на столе?

Средний процент выполнения данного задания – 0,46%.

Традиционно эту задачу пытаются решить все участники экзамена. В основном участники экзамена не понимали суть задания. В пункте а приводился пример чисел только для наибольших значениях на карточках, остальные карточки оставались без внимания. Неверно считалось количество целых чисел в заданном промежутке, делящихся на 2. Не приводилось обоснование наибольшего количества чисел при арифметической прогрессии. В пункте в при верном значении наибольшего количества, оценка не подтверждалась примером значений на карточках.

3.1.1. Прочие результаты статистического анализа (при наличии)

нет

3.2. Методический анализ выполнения заданий КИМ обучающимися с разными уровнями подготовки и рекомендации для учителей по совершенствованию преподавания учебного предмета

3.2.1. Методический анализ выполнения заданий обучающимися с минимальным уровнем подготовки (не преодолевших минимальный балл), включая методические рекомендации для учителей

3.2.1.1. Описание предметной подготовки участников ЕГЭ с минимальным уровнем подготовки, анализ типичных дефицитов в подготовке

- Описание достигнутых предметных результатов ФГОС: освоенных тем программы, сформированных умений и т.п. (если имеются)

Перечислены умения (номера зданий), выполнение которых составило **более 50%**

Задания №4,6 , проверяющие умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность и умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов.

- Анализ типичных дефицитов в предметной подготовке: неосвоенные или слабо освоенные темы программы, несформированные или недостаточно сформированные умения, навыки, виды познавательной деятельности, проявляющиеся в типичных ошибках при выполнении соответствующих заданий

Перечислены умения (номера зданий), выполнение которых составило **менее 10%**

Таблица 2-16

№ п/п	№ задания и умения	Темы программы	Класс(-ы) изучения в соответствии с ФОП
1.	3. Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, величина угла, плоский угол, двугранный угол, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до	Многогранники Тела вращения	10-11

	плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, объём фигуры, площадь поверхности; умение использовать геометрические отношения при решении задач; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии	Планиметрия	7-9
2.	9. Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов	Уравнения и неравенства Уравнения и неравенства	5-9 10-11
3.	10. Умение решать текстовые задачи разных типов, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов	Уравнения и неравенства Уравнения и неравенства	5-9 10-11
4.	11. Умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений	Функции и графики Функции	10-11 7-9
5.	12. Умение оперировать понятиями: экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций	Функции и графики Начала математического анализа Функции	10-11 11 7-9
6.	13-19 все задания второй части		

- Реалистичные «зоны роста» в части предметной подготовки для уверенного преодоления минимального балла ЕГЭ

К реалистичным «зонам роста» можно отнести задания, содержащие темы «Числа и вычисления», «Уравнения и неравенства», так как эти темы учащиеся начинают проходить с начальной школы и отрабатываются до конца 11 класса, они требуют умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных

приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни

3.2.1.2. Методический анализ качества освоения метапредметных результатов ФГОС участниками ЕГЭ с минимальным уровнем подготовки

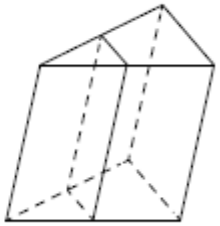
o Развернутый комментарий на основе заданий / групп заданий, на успешность выполнения которых могла повлиять достаточная или недостаточная сформированность метапредметных умений, с указанием соответствующих метапредметных умений и их проявления в типичных ошибках в ответах участников экзамена на соответствующие задания;

Метапредметные умения у данной группы обучающихся сформированы недостаточно.

Типичные ошибки в заданиях, вызвавших затруднения:

- задание 3 (базовый уровень, успешность 7,41%): трудности в восприятии чертежа объемного объекта, в применении формулы нахождения объема призмы; вычислительные ошибки; отсутствие ответа. Правильный ответ – 6. Среди ответов были: 12, 178, 3, 48, 8

3 Через среднюю линию основания треугольной призмы, объём которой равен 24, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём отсечённой треугольной призмы.

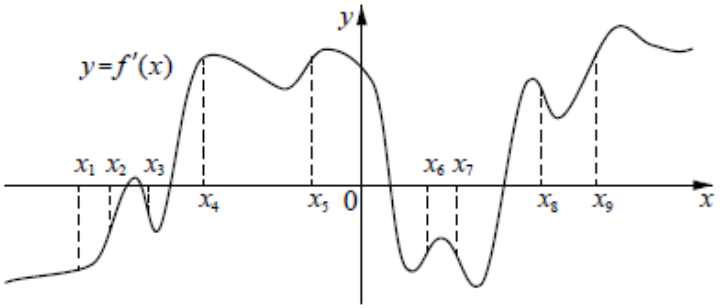


- задание 5 (повышенный уровень, успешность 17,52%): ошибки в определении вероятности события, в применении формул нахождения вероятности; вычислительные ошибки; отсутствие ответа. Верный ответ - 0,0189. Среди ответов были: 0,00189, 0,0027, 0,0129, 0,0169, 0,0184, 1,89 и другие.

5 Стрелок стреляет по одному разу по каждой из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,3. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в три первые мишени и не попадёт в последнюю.

- задание 8 (базовый уровень, успешность 16,67%): трудности возникли при анализе графика функции, использовании производной для исследования функции; отсутствие ответа. Правильный ответ – 5. Среди ответов били 2, 3, 4.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено девять точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции $f(x)$?



- задание 9 (повышенный уровень, успешность 5,56%): ошибки в составлении выражений и нахождении их значений, применении формул, переводе одних единиц измерения величин в другие. Правильный ответ – 80. Среди ответов были: 10, 128, 1280, 1392, 160, 1600, 2, 20, 27840 и другие.

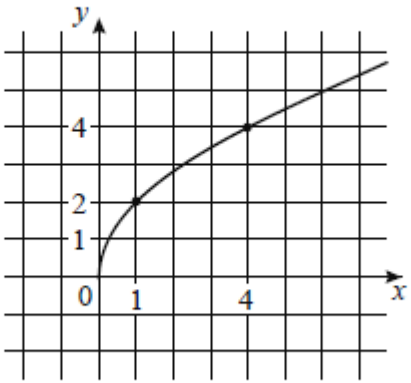
9 Водолазный колокол, содержащий $\upsilon = 8$ моль воздуха при давлении $p_1 = 20$ атмосфер, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 (в атмосферах). Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле $A = \alpha \upsilon T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha = 5{,}8 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, $T = 300$ К — температура воздуха. Найдите давление p_2 воздуха в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 27 840 Дж. Ответ дайте в атмосферах.

- задание 10 (повышенный уровень, успешность 9,26%): применение формул при решении задачи на движение в одном направлении; составление и решение уравнения; вычислительные ошибки; отсутствие ответа. Задание носит межпредметный характер. Правильный ответ – 10. Среди ответов были: 11, 12, 136, 14, 16, 17, 17,5, 2, 20 и другие.

10 Два велосипедиста одновременно отправились в 70-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 4 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 2 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

- задание 11 (повышенный уровень, успешность 5,56%): ошибки в применении формул зависимости между величинами; использовании свойств и графиков функций; вычислительные ошибки; отсутствие ответа. Правильный ответ – 16. Среди неверных ответов - -1, 1024, 104, 12, 120, 24, 32 и другие.

11 На рисунке изображён график функции вида $f(x)=a\sqrt{x}$. Найдите значение $f(64)$.



Ответ: _____.

- задание 12 (повышенный уровень, успешность 5,56%): ошибки в исследовании функций; вычислительные ошибки; отсутствие ответа. Правильный ответ – 25. Среди неверных ответов – 0, 0,2, 0,93, 100, -104, -13, -146, 2 и другие.

12 Найдите точку минимума функции $y = 2x^{\frac{3}{2}} - 15x + 21$.

Ответ: _____.

Успешность выполнения заданий 13 – 19 в данной группе обучающихся 0%. Большинство не приступало к выполнению данных заданий повышенного и высокого уровней.

Задания повышенного уровня сложности геометрического содержания и задания высокого уровня сложности имеют низкий процент решения из-за сложности материала, а также сложности корректного, правильного, логичного преподнесения решения данных заданий. Данные задания требуют индивидуальный подход и самостоятельный поиск решения.

Таким образом, ошибки в представленных заданиях обусловлены недостаточной сформированностью познавательных УУД:

- логических (устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения, выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях)
- исследовательских (выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения; анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность; интегрировать знания из разных предметных областей)
- действий с информацией (владеть навыками получения информации из источников разных типов (текст, чертеж, график), самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления; создавать тексты, выбирая оптимальную форму представления и визуализации).

Многочисленные вычислительные ошибки свидетельствуют о недостаточном уровне сформированности следующих умений: анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность; уметь оценивать риски и своевременно принимать решения по их снижению; низкая читательская грамотность. Также низкие результаты выпускники показали при решении геометрических задач и задачи с параметрами высокого уровня сложности, что говорит о слабой сформированности умений: решать проблемы, используя навыки учебно-исследовательской деятельности; самостоятельного поиска методов решения практических задач, применению различных методов решения.

Коммуникативные УУД развиты недостаточно, об этом свидетельствует отсутствие ответов на задания (умение развернуто и логично излагать свою точку зрения с использованием языковых средств).

Рассмотрим группу *универсальных регулятивных действий*.

1) самоорганизация

Все задания КИМ основаны на сформированных умениях самостоятельно осуществлять познавательную деятельность, выявлять проблемы, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях. Для успешного выполнения всех заданий необходимо сформированное умение самостоятельно составлять план решения проблемы с учетом имеющихся

ресурсов, собственных возможностей и предпочтений. Низкие результаты свидетельствуют о недостаточной сформированности указанных метапредметных умений.

2) самоконтроль

Все задания требуют осуществления пошагового и итогового самоконтроля, умения вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям. Значительное число возникших у обучающихся трудностей и ошибок может быть обусловлено слабой сформированностью данных метапредметных умений.

- Предположение о достигнутых и недостигнутых метапредметных результатах ФГОС

В данной группе обучающихся метапредметные результаты в большей части нельзя считать достигнутыми.

3.2.1.3. Рекомендации для учителей по совершенствованию преподавания учебного предмета группе обучающихся с минимальным уровнем подготовки

Анализ итогов проверки заданий с развернутым ответом показывает, что к потере баллов приводит недостаток вычислительной культуры. Учителям следует обратить внимание на отработку безошибочного выполнения несложных преобразований и вычислений (в том числе на умение найти ошибку) практически всеми группами учащихся, а также обратить внимание на оформление заданий второй части (очень часто при верном ответе экспертами снижается балл из-за недостаточной обоснованности решения).

Особое внимание в преподавании математики следует уделять регулярному выполнению упражнений, развивающих базовые математические компетенции школьников (умение читать и верно понимать условие задачи, решать практические задачи, выполнять арифметические действия, простейшие алгебраические преобразования, действия с основными функциями и т.д.).

Педагогам рекомендуется включить в постоянную практику:

- разбор и коррекцию типичных ошибок, допущенных обучающимися при выполнении тренировочных и диагностических работ;
- выполнение разнотипных заданий;
- совместную разработку с учащимися алгоритмов выполнения заданий разных типов;
- разработку и решение заданий, связанных с применением теоретических знаний в практической, прикладной сфере.

Существенной проблемой является неверное понимание, неполное или невнимательное чтение условия задания. Это относится практически ко всем заданиям практико-ориентированного направления. Поэтому в процессе регулярного прохождения курса математики следует уделять большее внимание развитию общематематических навыков (умению читать условие задачи, выполнять арифметические действия), развитию пространственных представлений учащихся. При решении текстовых задач важным приемом, необходимым для усвоения, является переформулирование условия, отношений, связывающих входящие в задачу величины. Необходимо как можно раньше начинать работу с текстом на уроках математики, уметь его проанализировать и сделать из него выводы. Такая работа должна вестись с 5 по 11 класс – это поможет при решении многих задач.

Необходимо понимать роль устных вычислений, так как на экзамене не разрешается использовать калькулятор и таблицы. Можно научить учащихся выполнять простейшие (и не очень) преобразования устно. Важно организовать отработку такого навыка до автоматизма, на каждом уроке необходимо отводить время для проведения упражнений устных вычислений, предусмотренных программой каждого класса. Устные упражнения активизируют мыслительную деятельность учащихся, требуют осознанного усвоения учебного материала; при их выполнении развивается память, речь, внимание, быстрота реакции.

Для того, чтобы решить стандартную задачу по теме, ученик должен уметь определять вид задачи и знать основные этапы ее решения.

По характеру требований геометрические задачи можно разделить на три основных вида:

1.Задачи на нахождение искомого. В задачах этого класса требование состоит в том, чтобы найти, распознать какое-то искомое. При этом искомым могут быть величина, отношение, какой-то объект, предмет, его положение, форма и т.д. Из геометрических задач сюда относятся вычислительные задачи, где нужно найти длину отрезка, величину угла, площадь фигуры, объём тела и т.п.

2.Задачи на доказательство или объяснение. В задачах этого класса требование состоит в том, чтобы убедиться в справедливости некоторого утверждения, или проверить верность или ложность этого утверждения, или объяснить, почему имеет место то или иное явление, тот или иной факт. Все задачи, требование которых начинается со слов «доказать», «проверить» или содержащие вопрос «Почему?», обычно относятся к этому классу задач.

3.Задачи на преобразование или построение. К этому классу из геометрических задач относятся те, в которых требуется преобразовать или построить какую-нибудь фигуру, удовлетворяющую заданным условиям. Характерной особенностью задач этого класса является то, что в каждой из них заданы какие-либо объекты, из которых требуется построить, сконструировать другой объект с заранее известными свойствами.

Установление вида задачи даёт возможность получить готовый план её решения: применить известный метод решения подобных задач. Конечно, встречаются задачи, определить вид которых не удаётся, тогда надо использовать другие приёмы (например, разбиение на подзадачи известного вида).

Если под решением задачи понимать процесс, начинающийся с момента получения задачи до момента полного завершения её решения, то, очевидно, этот процесс состоит не только из изложения уже найденного решения, а из ряда этапов, одним из которых и является изложение решения.

Целесообразно отрабатывать процесс решения задачи по этапам:

Получив задачу, первое, что нужно сделать, - разобраться, что это за задача, каковы её условия, в чем состоят её требования, т.е. провести анализ задачи. Этот анализ и составляет первый этап процесса решения задачи.

Анализ надо оформить, записать. Для этого используются разного рода схематические записи, построение которых составляет второй этап процесса решения задачи.

Анализ задачи и построение её схематической записи необходимо главным образом для того, чтобы найти способ решения задачи. Поиск способа решения и составляет третий этап процесс решения задачи.

Когда способ решения задачи найден, его нужно осуществить, - это и будет четвёртый этап процесса решение задачи – этап осуществления (изложения) решения.

После того как решение осуществлено и изложено (письменно или устно), необходимо убедиться, что это решение правильное, что оно удовлетворяет всем требованиям задачи. Для этого производят проверку решения, что составляет пятый этап процесса решения задачи.

При решении многих задач, кроме проверки, необходимо ещё произвести исследование задачи, а именно установить, при каких условиях задача имеет решение и притом, сколько различных решений в каждом отдельном случае; при каких условиях задача вообще не имеет решения и т.д. Всё это составляет шестой этап процесса решения задачи.

Убедившись в правильности решения и, если нужно, произведя исследование задачи, необходимо чётко сформулировать ответ задачи, - это седьмой этап процесса решения.

В учебных и познавательных целях можно произвести анализ выполненного решения, в частности установить, нет ли другого, более рационального решения, нельзя ли задачу обобщить, какие выводы можно сделать из этого решения и т.д. Всё это составляет последний, необязательный, восьмой этап процесса решения задачи.

Структура процесса решения задачи зависит от характера задачи и, конечно, от того, какими знаниями и умениями обладает решающий задачу.

Приведённая схема процесса решения задачи является лишь примерной. При фактическом решении указанные этапы обычно не отделены друг от друга, а переплетаются между собой. Так, в процессе анализа задачи обычно производится и поиск пути решения. При этом план решения устанавливается не до осуществления решения, а в процессе. Тогда поиск решения ограничивается лишь нахождением идеи решения. Порядок этапов тоже может меняться.

Из указанных восьми этапов пять являются обязательными, и они имеются (в том или ином виде) в процессе решения любой задачи. Это этапы анализа задачи, поиска способа её решения, осуществления решения, проверка решения и формулирование ответа. Остальные три этапа (схематическая запись, исследование задачи и заключительный анализ решения) являются не обязательными.

Важно, чтобы обучающиеся понимали, что приведенный алгоритм может быть применим к любой математической задаче – и арифметической, и геометрической.

При решении геометрических задач на первых уроках целесообразно предложить учащимся следующий алгоритм решения:

- Изучить условие задачи. Выполнить эскиз рисунка, соответствующий условию данной задачи.
- Уяснить, что необходимо найти в задаче и что для этого необходимо знать.
- Из системы опорных задач выделить часто повторяющиеся задачи (желательно сопроводить иллюстрацией), которые будут входить в ход решения данной задачи.
- Выяснить, какие из ранее изученных задач могут быть полезны при решении данной задачи.
- Учитывая предыдущий шаг, переформулировать данную задачу. Попробовать решить ее.

Зная систему опорных задач, учитель четко планирует необходимость использования конкретной опорной задачи при решении данной задачи. Это дает возможность обучить учащихся приему “разложения” сложной задачи на более простые составляющие задачи.

Целесообразно показать обучающимся, что при решении задач, в том числе геометрических, можно использовать аналитический и синтетический методы. При аналитическом методе решения задач учащиеся должны четко представлять, что анализ состоит в том, что рассуждения ведутся от искомого к данным. Ведущий вопрос – “Что надо знать, чтобы ответить на главный вопрос задачи?”. Проводя

анализ задачи, необходимо обращать внимание учащихся на то, что иногда условия задачи дают подсказку на очередной ведущий вопрос. При синтетическом методе решения задач учащиеся должны понимать, что синтетические рассуждения – это рассуждения с последующим переходом (с помощью логических умозаключений) от данных условий задачи к ее заключению. Ведущий вопрос в этом случае – “Что мы можем узнать исходя из данных условий задачи?”.

В курсе планиметрии основным способом, помогающим организовывать материал, усвоить всю совокупность свойств фигуры, является создание некоторого образа, связываемого с понятием. Созданию такого образа помогает многократное выполнение одного и того же чертежа, на котором все свойства видны. Этому способствуют и такие методические приемы, как обзор всех свойств, проводимый учителем, или опрос не по отдельным свойствам или теоремам, а по всей совокупности свойств фигуры: «Что ты знаешь о равнобедренном треугольнике?», «Перечисли все свойства параллелограмма» и т.д.

При изучении курса алгебры учителям математики следует больше внимания уделять культуре вычислений и преобразований, применяя рациональные методы вычислений, также решению тригонометрических уравнений и корректному отбору корней, показательных и логарифмических неравенств, задач математического анализа. При обучении математике следует решать большое количество задач по каждой теме, изучать различные методы решения задач. Для актуализации ранее изученного материала подборку заданий можно проводить как тематическую: «Решение иррациональных уравнений и неравенств», «Решение тригонометрических уравнений и неравенств», «Решение показательных уравнений и неравенств», «Решение логарифмических уравнений и неравенств», по методам решения задач.

Формирование *умения решать стереометрические задачи на нахождение геометрических величин* — это важная часть школьного курса геометрии. Эффективные методические приемы помогут ученикам уверенно и успешно справляться с решением таких задач, укрепляя навыки пространственного мышления и логики.

1. Наглядность и моделирование:

Одним из важнейших приемов является использование наглядных моделей и чертежей. Например, куб, параллелепипед, пирамида, цилиндр и другие фигуры можно изготавливать из бумаги или пластилина, что позволяет ученикам буквально «видеть» и ощущать фигуру, легче понимать её свойства и связи между величинами.

2. Работа с задачами-шаблонами:

Решение типовых задач помогает ученикам понять алгоритм и логику решения задач подобного типа. Обычно задачи начинаются с простых, а затем постепенно усложняются. Например, задачи на нахождение объема прямоугольного параллелепипеда с известными сторонами или площади боковой поверхности цилиндра.

3. Применение алгоритмов и схем:

Учитель объясняет пошаговый алгоритм решения задач, например, «если известна сторона и диагональ грани куба, то как найти объем?»

Схема может выглядеть так:

- Найти длину ребра куба.
- Использовать формулу объема куба.

- Подставить найденное значение и вычислить результат.

4. Визуализация на плоскости:

Часто стереометрические задачи удобно решать, рисуя сечения фигур на плоскостях. Например, рисунок поперечного сечения цилиндра позволяет увидеть окружность и вычислить площадь круга.

5. Геометрические модели и чертежи на компьютере:

Современные технологии предоставляют возможность использовать интерактивные программы для моделирования и изучения геометрических фигур. Например, GeoGebra или специализированные программы для построения 3D-моделей.

6. Практические задания:

Задачи на измерение реальных объектов (например, коробки, банок, бутылок) помогают ученикам лучше понять практическое применение геометрии и соотношения между размерами и объемом.

7. Использование аналогий и сравнений:

Иногда полезно сравнить знакомые двумерные фигуры с трехмерными объектами. Например, плоский треугольник и тетраэдр имеют много общего в плане площадей и высот.

Примерные задания:

- Простейшие задачи на объеме и площади поверхностей:

Прямоугольный параллелепипед: Длина, ширина и высота параллелепипеда равны соответственно 5 см, 4 см и 3 см. Найдите его объем и площадь полной поверхности.

Куб: Ребро куба равно 6 см. Найдите его объем и площадь полной поверхности.

Шар: Радиус шара равен 3 см. Найдите его объем и площадь поверхности.

- Более сложные задачи на сочетания величин:

Цилиндр: Высота цилиндра равна 8 см, а радиус основания — 3 см. Найдите объем и площадь боковой поверхности.

Пирамида: Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 6 см, а высота — 8 см. Найдите объем пирамиды.

Конус: Радиус основания конуса равен 4 см, а длина образующей — 5 см. Найдите объем и площадь боковой поверхности.

На уроках необходимо использовать наглядные материалы и модели, чтобы облегчить восприятие сложных фигур. Проводите регулярные диагностики, чтобы оперативно корректировать процесс обучения. Включайте в уроки элементы творчества и практического применения геометрии, чтобы повысить интерес учащихся.

Трудности, обусловленные неспособностью самостоятельно находить способ решения новой задачи, проявляются в неспособности обучающихся «принять» и «удержать» учебную задачу, неумении применить в стандартной ситуации изученный алгоритм действий или теоретические знания, неготовности найти способ решения новой задачи могут иметь общую причину, кроющуюся в недостаточной сформированности учебной самостоятельности. Это может быть следствием того, что ученик привыкает все действия осуществлять под руководством и управлением учителя. Это состояние ученика можно назвать обученной пассивностью. Чтобы этого не происходило, следует уже в 5–6 классах давать обучающимся больше самостоятельности.

Для этого необходимо предлагать не конкретные действия, которые повторяются учеником без их осмысления, а схему действий, которая представляет действия в обобщенном виде; усвоивший схему ученик сможет выполнять действия самостоятельно в различных учебных и жизненных ситуациях. Учить ставить вопросы и выражать мысль другими словами, переформулировать утверждения. Показывать и разбирать разные способы решения задачи, содержащие разные рассуждения. Разрушить стереотип, что ищем единственно верное решение, известное только учителю. Учить использовать знакомые задачи или более простые случаи. Предлагая обучающимся новую задачу, всегда полезно задать вопрос, решали ли они похожую задачу, чем она была похожа, каким было ее решение.

Согласованное сотрудничество всех участников образовательного процесса: учителя, ученика, родителей, осознание ответственности каждого из них в полной мере обеспечит и качественную подготовку к итоговой аттестации и её достойные результаты. Роль родителей в подготовке девятиклассников к ГИА включает в себя не только конкретные действия по поддержке ребенка в период экзаменов, но и создание условий для развития здоровой, успешной, психологически зрелой личности. Необходимо своевременно знакомить родителей и обучающихся с нормативными документами по подготовке к экзаменам, информировать о процедуре итоговой аттестации, особенностях подготовки к тестовой форме сдачи экзаменов, о ресурсах сети Интернет, о результатах пробных испытаний и текущей успеваемости.

- Для предупреждения/преодоления трудностей, связанных с отсутствием устойчивых навыков применения знаний по математике в самостоятельной деятельности, важно уделить внимание формированию у обучающихся понимания, что применение знаний есть использование ранее полученной информации в новых условиях протекания деятельности или в разных видах деятельности; развитию умений анализировать и констатировать проблему, которая присутствует в учебной задаче и требует для решения определенных знаний; становлению способности выбора из памяти тех знаний, которые обеспечат успешность решения данной учебной задачи; анализу достаточности или неполноты знаний для решения поставленной задачи; оценке актуальности отобранных знаний для выполнения задания; формированию умений использовать отобранные из памяти знания для конструирования алгоритма решения; выбору формы представления – графическая, текстовая, словесная (понятийная), образная; проверке соответствия выполненных действий заданной новой ситуации и цели задания.

- Для предупреждения/преодоления трудностей самостоятельного планирования и организации учебной деятельности необходимо на разных этапах образовательного процесса организовывать работу таким образом, чтобы планирование выполнения каждого конкретного задания было отдельным этапом работы школьников. Осознанное выстраивание траектории выполнения заданий от самых простых с точки зрения количества операций до сложных – учебного исследования или проекта – позволит овладеть навыком организации своей учебной деятельности на единичных примерах.

- В работе учитель также может применять приемы, направленные на осознанное овладение навыками и развитие учебной самостоятельности, связанные с изменениями условия задания с целью его усложнения или упрощения, например: «Сформулируйте задание так, чтобы оно стало для вас легче (или сложнее). Что вы изменили в задании? Почему оно стало легче (сложнее) для вас?» Данный прием можно проводить на любом материале в любых классах, он позволяет формировать умение самостоятельно планировать учебную деятельность, проводить границу своего знания-незнания и выявлять уровень сформированности учебных действий. Обучающийся осознает, что именно делает задание для него сложным, ищет пути выполнения и, в конечном итоге, выполняет задание с четким

пониманием алгоритма действия и своих возможностей. Постепенно обучающиеся овладевают умением самостоятельно определять причину сложности в выполнении задания, находят границу того, что они могут выполнить на данный момент изучения предмета и что для них трудно. При использовании дифференцированного подхода к обучению обучающиеся сами выбирают степень своей учебной самостоятельности. Целесообразно использовать листы самооценки, которые заполняют обучающиеся. Они могут быть разной степени обобщения, но в любом случае их заполнение способствует формированию у школьников умений отслеживать свои успехи и сложности в учебе, анализировать эффективность использования различных способов овладения материалом для процесса собственного обучения, формирует умение учиться.

- При формировании у обучающихся умений ставить самостоятельно цели обучения, планировать деятельность для достижения определенного результата педагогу целесообразно озвучивать цели выполнения каждой учебной задачи и предполагаемые результаты учебной деятельности в учебном процессе (или давать задание школьникам сделать это самим). Важно создать связь учебной задачи с конечным результатом ее выполнения и способами достижения этих результатов. Путь достижения результата должен быть разбит на небольшие, понятные обучающимся этапы, успешность выполнения которых они могут отследить самостоятельно и соотнести с общим итогом. В процессе работы важно обращать внимание на возможность и необходимость корректировки действий в зависимости от успешности выполнения каждого этапа. Для обучающихся важна осознанность достижения цели и выбора пути решения. Учитель должен держать это в фокусе своего внимания и систематически осуществлять работу по формированию данных навыков.

- Для развития коммуникативных навыков следует последовательно использовать соответствующие методы и приемы организации деятельности. Важно сочетание индивидуальной и групповой работы, диалога, обсуждения учебного материала. Большое значение имеет возможность обратной связи, регулярной самопроверки и взаимопроверки школьников.

- Важна осознанность использования обучающимися умений коммуникации, направленных на формирование умений взаимо- и самооценки, рефлексии. Учитель ставит вопросы, связанные с коммуникацией: все ли поняли задание, могут объяснить задание товарищу, оценить вопрос обучающегося с точки зрения его отношения к проблеме (нейтральность, увлеченность, скептицизм) и т. п. Для рефлексии рекомендуется использовать вопросы типа «Было ли мне сложно сформулировать закономерность? Могу ли в общем рассказать, какими речевыми средствами формулируются закономерности или зависимости? Могу ли я чётко сформулировать вопрос на интересующую меня тему? Совпал ли ответ, который я предполагал, с ответом, который дали мне одноклассники? Могу ли я однозначно сформулировать свою мысль в соответствии с задачей, которую я сам себе поставил или которую мне поставил учитель? Что у меня получилось с точки зрения коммуникации и выражения своих мыслей? Что я могу улучшить?» и т. п. При проведении занятий рекомендуется стимулировать обсуждение в классе, чтобы обучающиеся имели возможность взаимодействовать друг с другом. Эффективна групповая форма работы, во время которой обучающиеся обмениваются информацией, совместно вырабатывают подходы к решению проблемы.

Формирование коммуникативных УУД требует от учителя гибкости и дифференцированного подхода к каждому обучающемуся. Важно учитывать индивидуальные особенности: застенчивость, состояние здоровья, владение русским языком, взаимодействие с коллективом класса и т. п.; подбирать посильные задания, которые действительно способствовали бы улучшению предметной подготовки и формированию коммуникативных навыков.

Слабые ученики часто сталкиваются на уроках математики не с отсутствием способностей, а с дефицитом саморегуляции: они теряются в многошаговых задачах, пугаются сложных терминов и быстро бросают дело после первой же ошибки.

Для формирования самоконтроля у таких детей нужны приемы, которые переводят абстрактную математику в понятный алгоритм действий.

1. Прием «Остановись и проверь по чек-листу» (Внешний контроль → внутренний)

Слабый ученик не видит структуру решения. Ему нужен внешний каркас, который со временем станет внутренним голосом.

Как внедрить: Перед началом самостоятельной работы выдается ламинированная карточка-чек-лист для конкретного типа заданий (например, решение линейного уравнения или построение графика).

Пример для 7 класса (решение $3(x - 2) = 2x + 1$):

- ✓ Раскрыл скобки? (Да/Нет)
- ✓ Перенес иксы влево, числа вправо? Сохранил ли знаки при переносе?
- ✓ Привел подобные слагаемые?
- ✓ Нашел значение x?
- ✓ Подставил ответ в самое первое исходное уравнение и проверил равенство?

Почему это работает: Ученик перестает действовать импульсивно. Галочка в списке дает микродозу дофамина и чувство завершенности этапа. Для 5–6 классов вместо текста можно использовать пиктограммы.

2. Прием «Математика - это конструктор LEGO» (Декомпозиция задачи)

Главная причина отказа от деятельности у слабого ученика - когнитивная перегрузка. Он видит задачу целиком и воспринимает ее как непреодолимую стену.

Как внедрить: Учитель никогда не озвучивает задание полностью сразу. Сначала дается только первый микрошаг. После его выполнения - второй.

Пример для 8 класса (задача на площадь сложной фигуры): Вместо фразы «Найдите площадь этой детали», учитель спрашивает: «На какие две простые фигуры мы можем разбить этот чертеж прямо сейчас? Назови их». Получив ответ (прямоугольник и треугольник), следующий вопрос: «Какую формулу запишем для прямоугольника? Запиши только буквенное выражение». И так далее.

Почему это работает: Мозг обрабатывает одну маленькую операцию без паники. Формируется привычка дробить проблему, что является основой планирования.

3. Прием «Цветовой маркер ошибок» (Визуализация контроля)

Слабые ученики часто механически переписывают неправильное решение, даже если видят верный образец на доске. Они не умеют критически смотреть на свой текст.

Как внедрить: На самостоятельных и домашних работах вводится жесткое правило: писать можно только синей или черной ручкой. Карандашом делать эскизы графиков. А вот проверять себя нужно обязательно зеленой ручкой. Если работа сделана только одним цветом и нет ни одной пометки зеленым - оценка снижается за отсутствие самопроверки.

Инструкция для проверки: Найди место, где ты складывал или умножал. Перепроверь это действие столбиком на полях зеленым цветом. Обведи зеленый кружок вокруг правильного ответа.

Почему это работает: Цвет создает визуальный разрыв между процессом создания (синий) и процессом анализа (зеленый). Это физиологически переключает мозг из режима «потока» в режим «критики».

4. Прием «Проговаривание вслух шепотом» (Речевая регуляция)

У слабых учеников внутренняя речь еще недостаточно развита, чтобы удерживать сложные алгоритмы в голове.

Как внедрить: Во время индивидуальной работы разрешается (и поощряется) проговаривать свои действия тихим шепотом. Чтобы это не мешало классу, используется прием «математический телефон»: ученик прикладывает ладонь к уху и тихо бормочет себе ход решения.

Что именно говорить: «Так, мне нужно перенести минус пять... меняю знак на плюс... пишу слева... теперь считаю: восемь плюс пять будет тринадцать... записываю ответ».

Почему это работает: Речь замедляет мышление, заставляет формулировать логические связи («почему я меняю знак») и выносит ошибку наружу. Если ученик запутался в речи, он тут же слышит сбой сам, не дожидаясь красной ручки учителя.

5. Прием «Карта сомнений» (Рефлексия тупика)

Слабый ученик привык скрывать свое непонимание, пока оно не превратится в двойку. Самоконтроль начинается с умения вовремя сказать «стоп, я застрял».

Как внедрить: На краю парты лежат три двусторонние карточки (или стикеры): зеленая («Понимаю, могу решить сам»), желтая («Понимаю идею, но споткнулся на одном шаге»), красная («Я завис, не знаю, с чего начать»).

Правило: Поднять карточку можно только после того, как ученик трижды попробовал разные подходы (это фиксируется в черновике галочками). При поднятии красной карточки ученик обязан закончить фразу: «Я остановился здесь, потому что забыл, как...» (например, «как раскрывать скобки, перед которыми минус»).

Почему это работает: Это легализует трудность. Ученик учится диагностировать конкретную причину своей остановки, а не просто испытывать глобальную тревогу «я ничего не понимаю». Это превращает эмоциональный ступор в техническую задачу для учителя.

Важные условия для внедрения этих приемов:

- Начинайте с малого. Не вводите все пять правил одновременно. Начните с цветового маркера и чек-листа на один конкретный тип уравнений.
- Хвалите за процесс, а не за результат. Первую неделю хвалите тех, кто правильно заполнил чек-лист или нашел свою ошибку зеленым цветом, даже если итоговый ответ в задаче неверный.
- Адаптируйте под возраст. В 5–6 классах приемы должны быть игровыми (пиктограммы, соревнования «чей зеленый маркер чище»). В 8–9 классах, особенно при подготовке к ОГЭ, делайте упор на жесткие тайминги внутри чек-листов (на проверку каждой части задания дается ровно 2 минуты).

Слабые ученики часто воспринимают текст математической задачи как набор случайных чисел и слов, не вчитываясь в условия. Они выхватывают первые попавшиеся цифры и пытаются сразу что-то складывать или умножать. Задания на смысловое чтение должны научить их замедляться, отделять важную информацию от второстепенной и переводить бытовой язык на математический.

Ниже представлены пять заданий разного уровня сложности, которые тренируют именно *понимание текста*, а не вычислительные навыки.

1. «Найди лишнее» (5–6 классы)

Цель: Научить выделять числовые данные и соотносить их с объектами из условия.

Текст задания: «Мама отправила Машу в магазин за продуктами для завтрака. Маша купила пакет молока жирностью 3,2% за 90 рублей, батон белого хлеба весом 400 граммов за 55 рублей, шоколадку "Алёнка" по акции за 70 рублей и десяток яиц категории С1 за 120 рублей. Мама проверила чек и сказала, что девочка потратила ровно 335 рублей».

Вопросы к тексту:

Выпишите все числа из текста в столбик.

Рядом с каждым числом напишите, что оно означает (например: 90 - цена молока).

Найдите одно число, которое мама точно не использовала, чтобы проверить итоговую сумму в чеке. Обоснуйте свой ответ одним предложением. (Правильный ход мыслей ученика: Лишнее - вес батона 400 г, так как при расчете стоимости в рублях граммы не учитываются, если указана общая цена).

2. «Схема вместо цифр» (5–7 классы)

Цель: Развить умение визуализировать условие до начала расчетов, понять взаимосвязи между величинами.

Текст задания: «Расстояние от города А до города Б составляет 240 километров. Из города А в город Б одновременно выехали легковой автомобиль и грузовик. Скорость автомобиля была в два раза больше скорости грузовика. Через сколько часов автомобиль догонит грузовик, если изначально они находились в одной точке?» (Примечание для учителя: В задаче заложена логическая ловушка - если они стартовали одновременно из одной точки, автомобиль никогда не «догонит» грузовик, он будет его опережать). Задание: Не решая задачу, нарисуйте схему движения. Используйте стрелки разной длины или пунктир, чтобы показать, кто движется быстрее. Напишите под схемой один вопрос, который кажется вам странным в этом тексте. Объясните устно, почему задача в таком виде не имеет смысла. (Ожидаемый результат: Ученик должен заметить противоречие между фразой «выехали одновременно» и словом «догонит»).

3. «Переводчик с русского на алгебраический» (7–8 классы)

Цель: Научить распознавать лингвистические конструкции, указывающие на математические операции (больше на..., меньше в..., составляет... от...).

Текст задания: Прочитайте четыре фразы. Напротив каждой напишите буквенное выражение, если x - это неизвестное количество карандашей в первой коробке.

Во второй коробке на 5 карандашей больше, чем в первой.

В третьей коробке в 3 раза меньше карандашей, чем в первой.

Количество карандашей в четвертой коробке составляет половину от количества в первой.

Если из первой коробки достать 8 карандашей, то там останется столько же, сколько во второй. Дополнительный вопрос: Какая из фраз описывает равенство? Запишите её в виде уравнения.

4. «Экспертиза решения» (8–9 классы)

Цель: Тренировка критического чтения уже готового математического текста (решения), поиск логических разрывов.

Текст задания: Перед вами решение задачи восьмиклассника: Задача: Площадь прямоугольного треугольника равна 24 $см^2$, а один из катетов равен 6 см. Найдите гипотенузу.

Решение ученика:

Формула площади: S = ½*ab.

Подставляю: 24 = ½*6*b.

Получается: 24 = 3b, значит b = 8. Нашли второй катет.

Теперь найдем площадь еще раз, чтобы убедиться: 24 = ½*6*b = 24. Всё верно.

Ответ: Гипотенуза равна 8 см.

Задание:

Прочитайте решение и подчеркните место, где ученик перестал отвечать на вопрос задачи («Найдите гипотенузу»).

Найдите фактическую ошибку в последнем предложении. Почему 8 см не может быть длиной гипотенузы?

Дописывать правильное решение не нужно. Нужно только написать, какое действие забыл совершить ученик перед тем, как записать ответ. (Ошибка: 8 см - это длина второго катета. Гипотенуза всегда длиннее катета. Для нахождения гипотенузы нужно было использовать теорему Пифагора).

5. «Скрытое условие» (9 класс)

Цель: Выделение неявной информации, необходимой для применения формул (особенно в задачах практико-ориентированного типа ОГЭ).

Текст задания: «Вася решил покрасить металлический цилиндрический бак для воды снаружи краской из баллончика. Высота бака - 1 метр, диаметр основания - 60 сантиметров. Один баллончик краски рассчитан на покраску 1,5 квадратных метра поверхности. Вася купил 2 баллончика. Хватит ли ему краски, чтобы покрыть бак в один слой, если дно бака красить не нужно?»

Задание:

Составьте список всех данных из текста, переведя их в единую систему измерения (метры).

Найдите в тексте «скрытое» геометрическое знание, которое автор задачи не написал словами, но подразумевает. (Подсказка: какую фигуру представляет собой боковая поверхность цилиндра при разворачивании?).

Выпишите формулу, которую Вася должен использовать для расчета площади, исходя из того, что дно красить не нужно. (Ключевой момент понимания: Ученик должен осознать, что площадь считается не для всего цилиндра, а только для боковой поверхности S =π*d*h, и перевести сантиметры в метры).

При работе с обучающимися, испытывающими трудности в обучении, рекомендуется использовать разработку: Работа с детьми, испытывающими трудности при изучении учебных предметов в основной школе : методическое пособие // О.М. Александрова, Э.М. Амбарцумова, М.А. Аристова, Н.В. Беляева, И.П. Васильевых, Н.Ф. Виноградова, Н.И. Городецкая, Ю.Н. Гостева, И.Н. Добротина, С.Е. Дюкова, Ж.Н. Критарова, Л.О. Рослова, Е.Л. Рутковская, О.Н. Шапарина. – 2-е издание, перераб. и доп. – М. : ФГБНУ «Институт содержания и методов обучения», 2024.

3.2.2. Методический анализ выполнения заданий обучающимися с низким уровнем подготовки (в группе от минимального до 60 т.б.), включая методические рекомендации для учителей

3.2.2.1. Описание предметной подготовки участников ЕГЭ с низким уровнем подготовки, анализ типичных дефицитов в подготовке

- Описание достигнутых предметных результатов ФГОС: освоенных тем программы, сформированных умений и т.п. (если имеются)

Перечислены умения (номера зданий), выполнение которых составило **более 50%**

Задания №1,2,3,4,5,6,7,9,10,11,12, проверяющие базовые Умение оперировать понятиями: плоский угол, площадь фигуры, подобные фигуры; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы; Умение оперировать понятиями: вектор, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, скалярное произведение, угол между векторами; Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, величина угла, плоский угол, двугранный угол, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, объём фигуры, площадь поверхности; умение использовать геометрические отношения при решении задач; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; Умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, комбинаторные факты и формулы; Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений; Умение оперировать понятиями: функция, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, производная функции, первообразная; находить уравнение касательной к графику функции; умение находить производные элементарных

функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций; находить площади фигур с помощью интеграла.

- Анализ типичных дефицитов в предметной подготовке: неосвоенные или слабо освоенные темы программы, несформированные или недостаточно сформированные умения, навыки, виды познавательной деятельности, проявляющиеся в типичных ошибках при выполнении соответствующих заданий

Перечислены умения (номера зданий), выполнение которых составило **менее 10%**

Таблица 2-16

№ п/п	Темы программы и умения	Класс(-ы) изучения в соответствии с ФОП
1.	13. Уравнения и неравенства Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов	10-11 7-9
2.	14. Многогранники и Тела Вращения Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, отрезок, луч, величина угла, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; площадь фигуры, объём фигуры, многогранник, поверхность вращения, площадь поверхности, сечение; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения; использовать геометрические отношения при решении задач; находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии	10-11 7-9
3.	15. Уравнения и неравенства Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов	10-11 7-9
4.	16. Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; состав-	5-9 10-11

	лять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; умение решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из области управления личными и семейными финансами	
5.	17. Умение оперировать понятиями: точка, прямая, отрезок, луч, величина угла; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии, использовать геометрические отношения при решении задач; умение находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы	5-6 7-9
6.	18. Умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами	10-11 7-9
7.	19. Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; умение оперировать понятиями: множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел, остаток по модулю; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное; умение выбирать подходящий метод для решения задачи	10-11 5-9

- Реалистичные «зоны роста» в части предметной подготовки для уверенного получения 60-70 т.б.

К реалистичным «зонам роста» можно отнести задания, содержащие темы «Числа и вычисления», «Уравнения и неравенства», так как эти темы учащиеся начинают проходить с начальной школы и отрабатываются до конца 11 класса, они требуют Умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

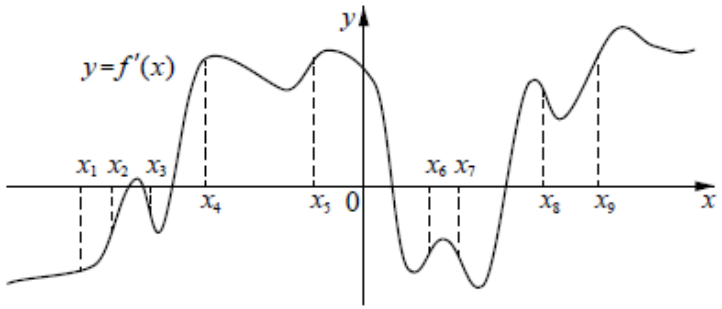
3.2.2.2. Методический анализ качества освоения метапредметных результатов ФГОС участниками ЕГЭ с низким уровнем подготовки

○ Развернутый комментарий на основе заданий / групп заданий, на успешность выполнения которых могла повлиять достаточная или недостаточная сформированность метапредметных умений, с указанием соответствующих метапредметных умений и их проявления в типичных ошибках в ответах участников экзамена на соответствующие задания;

Типичные ошибки обучающихся позволяют сделать выводы о недостаточной сформированности метапредметных результатов.

- задание 8 (базовый уровень, успешность 47,95%): трудности возникли при анализе графика функции, использовании производной для исследования функции; отсутствие ответа. Правильный ответ – 5. Среди ответов были 2, 3, 4.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено девять точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции $f(x)$?



Задание 13.

13 а) Решите уравнение $2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-2\sqrt{3}\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-6\pi;-\frac{9\pi}{2}\right]$.

Процент выполнения данного задания – 0,45%.

Ошибки при выполнении данного задания: При отборе корней по единичной окружности не подписывается точка на окружности (вычисляется аналитически); при отборе используется два способа отбора, при помощи единичной окружности (не подписываются верно точки) и перебором (не полный перебор); не выделяется дуга при отборе по окружности, соответственно не подписываются концы отрезка на котором происходит отбор; неверное решение простейшего тригонометрического уравнения, путаница с определение основного угла и периода; при преобразовании тригонометрического выражения неверно применялась формула приведения; формула сложения, также присутствовали арифметические ошибки. Не понимание решения тригонометрического уравнения, после замены возвращаются к x=$\frac{-\sqrt{3}}{2}$; неверное определение arctg(-1)=$\frac{3\pi}{4}$ К недочетам можно отнести то, что получившийся в результате ответ учащиеся не сокращали, например $\frac{-16\pi}{6}$; прописывали дублирование корней $-\frac{\pi}{3}+\pi k$ и $-\frac{4\pi}{3}+\pi n$; при отборе корней с помощью двойного неравенства приводился сразу ответ; при решении однородного уравнения первого порядка также сразу выдавался ответ cosx = $-\sqrt{3}sinx$. В решение присутствует запись о верно найденных корнях, а в ответ записывается ошибочное число. Вышеперечисленные ошибки являются традиционными. В целом следует отметить, что с этим заданием приступившие к нему участники справились.

Задание 14

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точки M и K — середины рёбер AB и SD соответственно.
а) Докажите, что прямая MK параллельна плоскости SBC.
б) Найдите высоту пирамиды, если $AB=12$, а угол между прямой MK и плоскостью основания пирамиды равен 60°.

Процент выполнения данного задания – 0,06%.

Геометрические задачи традиционно вызывают затруднения у обучающихся данной группы. Основные сложности возникают при доказательстве параллельности прямой и плоскости. Рассматривался четырехугольник, который безосновательно становился параллелограммом. Доказательство останавливалось на доказательстве параллельности двух прямых КМ и ВР. Также встречались арифметические ошибки в вычислениях или неверная подстановка найденных отрезков. В пункте б) не было обоснования расположения угла между прямой и плоскостью. К недочетам можно отнести неверное употребление геометрической терминологии: высота квадрата, средняя линия квадрата, медиана квадрата.

Задание 15

15 Решите неравенство $2^{\log_2(\log_2 x)} + \log_4^2 x - 3 \le 0.$

Процент выполнения данного задания – 0,09%.

Типичные ошибки при решении данного неравенства: Не верное решение простейшего логарифмического неравенства $log_2 x \geq -6; x \geq \frac{1}{32}$. Вынесение степени из основания без учета степени самого логарифма. Неверное решение системы неравенств в ОДЗ $log_2 x > 0, x > 0$ вывод $x > 0$. При верном решении учащиеся в ответе забывали писать точку, входящую в ответ. К недочетам можно отнести непонятную штриховку на числовой прямой, или предъявлялась числовая прямая не относящаяся к решению неравенства. При замене $t = log_2 x$ от промежутка t∈ $[-6; 2]$, переход к x∈ $[\frac{1}{64}; 4]$. При проверке работ ЕГЭ с развернутым ответом эксперты обращают внимание на логику и верность рассуждений, участник волен сам выбирать способ решения, но при этом не смешивать методы решения.

Задание 16

16 В июле 2028 года планируется взять в банке кредит на четыре года в размере S тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
— в июле 2029, 2030 и 2031 годов долг должен быть на 20 % меньше долга на июль предыдущего года;
— к июлю 2032 года долг должен быть выплачен полностью.
Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 47 712 тыс. рублей. Найдите S.

Процент выполнения данного задания – 0,27%.

В задании 16 традиционными являются арифметические и алгебраические ошибки при решении уравнений; непонимание условия задачи, из-за чего строится не верная математическая модель; путались единицы измерения, в следствии чего получали неверный ответ (путаница между млн.р. и тыс.р.). К недочетам можно отнести предоставление ответа в виде дробно-рационального выражения, не досчитанного до конца.

Задание 19

19 На столе лежит некоторое количество карточек, часть из которых синего цвета, а остальные красного (есть хотя бы по одной карточке каждого цвета). На каждой карточке написано целое число. На карточках синего цвета написаны различные числа, делящиеся на 3, а на карточках красного цвета написаны различные чётные числа (при этом некоторые числа могут быть написаны дважды: один раз на синей карточке и один раз на красной карточке). Все числа на карточках больше −72.

Оказалось, что наибольшее число, написанное на красной карточке, равно удвоенному количеству синих карточек, а наибольшее число, написанное на синей карточке, равно количеству красных карточек.

а) Может ли на столе лежать ровно четыре карточки?

б) Может ли число красных карточек на столе быть на 60 больше числа синих карточек на столе?

в) Какое наибольшее количество карточек может лежать на столе?

Процент выполнения данного задания – 0,53%.

Традиционно эту задачу пытаются решить все участники экзамена. В основном обучающиеся данной группы не понимали суть задания. В пункте а приводился пример чисел только для наибольших значениях на карточках, остальные карточки оставались без внимания. Неверно считалось количество целых чисел в заданном промежутке, делящихся на 2. Не приводилось обоснование наибольшего количества чисел при арифметической прогрессии. В пункте в при верном значении наибольшего количества, оценка не подтверждалась примером значений на карточках.

Процент выполнения заданий 17 и 18 – 0%. Большинство обучающихся данной группы не приступали к их выполнению.

Задания повышенного уровня сложности геометрического содержания и задания высокого уровня сложности имеют низкий процент решения из-за сложности материала, а также сложности корректного, правильного, логичного преподнесения решения данных заданий. Данные задания требуют индивидуальный подход и самостоятельный поиск решения.

Таким образом, ошибки в представленных заданиях обусловлены недостаточной сформированностью познавательных УУД:

- логических (выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях)
- исследовательских (выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения; анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность; интегрировать знания из разных предметных областей)
- действий с информацией (владеть навыками получения информации из источников разных типов (текст, чертеж, график), самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления; создавать тексты, выбирая оптимальную форму представления и визуализации).

Многочисленные вычислительные ошибки свидетельствуют о недостаточном уровне сформированности следующих умений: анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность; уметь оценивать риски и своевременно принимать решения по их снижению; низкая читательская грамотность. Также низкие результаты выпускники показали при решении геометрических задач и задачи с параметрами высокого уровня сложности, что говорит о слабой сформированности умений: решать проблемы, используя навыки учебно-исследовательской деятельности; самостоятельного поиска методов решения практических задач, применению различных методов решения.

Коммуникативные УУД развиты недостаточно, об этом свидетельствует отсутствие ответов на задания (умение развернуто и логично излагать свою точку зрения с использованием языковых средств).

Рассмотрим группу *универсальных регулятивных действий*.

1) самоорганизация

Все задания КИМ основаны на сформированных умениях самостоятельно осуществлять познавательную деятельность, выявлять проблемы, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях. Для успешного выполнения всех заданий необходимо сформированное умение самостоятельно составлять план решения проблемы с учетом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений. Низкие результаты свидетельствуют о недостаточной сформированности указанных метапредметных умений.

2) самоконтроль

Все задания требуют осуществления пошагового и итогового самоконтроля, умения вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям. Значительное число возникших у обучающихся трудностей и ошибок может быть обусловлено слабой сформированностью данных метапредметных умений.

- Предположение о достигнутых и недостигнутых метапредметных результатах ФГОС

У обучающихся данной группы сформированы отдельные познавательные УУД в части логических действий.

На низком уровне достигнуты базовые исследовательские действия и действия по работе с информацией, коммуникативные и регулятивные УУД.

3.2.2.3. Рекомендации для учителей по совершенствованию преподавания учебного предмета группе обучающихся с низким уровнем подготовки

Для работы со слабыми обучающимися при изучении уравнений, неравенств и систем ключевым фактором является переход от абстрактных символов к конкретным образам, строгая алгоритмизация действий и многократное повторение базовых операций.

Ниже представлены методические приемы, сгруппированные по этапам решения.

1. Приемы для создания мотивации и понимания сути (пропедевтика)

Прежде чем вводить формальные правила, нужно показать, зачем они нужны.

- Метод весов: Объяснение знака «=» через рычажные весы. Левая и правая части должны быть в равновесии. Любое действие (прибавление числа, умножение) должно выполняться на обеих чашах одновременно, чтобы равновесие не нарушилось. Для неравенств используется аналогия с наклоном чаши: если мы убираем одинаковый груз с обеих сторон, та сторона, где было тяжелее, останется тяжелее.
- Геометрическая интерпретация числового промежутка: Неравенство - это всегда область на координатной прямой. Полезно начинать с рисования: отмечать точку, определять ее закрашенность (строгое/нестрогое), а затем подбирать под готовый рисунок разные записи.
- Жизненные задачи-границы: Вместо сухого «решить неравенство», давать задачу: «Автобус вмещает до 25 человек. Сколько людей может зайти? Может ли их быть 24? А 26?». Это формирует понимание разницы между $\leq$ и $<$.

2. Приемы визуализации и структурирования информации

Слабые ученики часто теряются в потоке символов. Задачу нужно сделать видимой.

- Цветовое кодирование частей выражения: Просить учеников использовать цветные карандаши или маркеры. Например, все иксы обводить зеленым, обычные числа - синим. При переносе слагаемых за знак равенства зеленое число меняет знак, синее - тоже. В системах уравнений каждое уравнение можно записывать своим цветом.
- Опорные карточки-алгоритмы (карты памяти): Пошаговая инструкция крупными буквами. Пример для линейного уравнения:

Раскрой скобки (если есть).

Перенеси иксы влево, числа вправо (при переезде через границу смени паспорт/сигнал светофора).

Приведи подобные слагаемые.

Найди x (раздели последнее число на число перед иксом).

- Графический диктант свойств: Быстрая проверка знаний знаков неравенства после преобразований. Учитель говорит утверждение («Если обе части умножить на -2, знак перевернется»), ученик ставит + или -. Это снимает страх перед ошибкой в большом решении.

- Блок-схемы ветвления: Для квадратных уравнений или иррациональных выражений. Рисуется схема: «Есть дискриминант? -> Да: считаем корни / Нет: корней нет», «Корень четной степени? -> Проверяем ОДЗ».

3. Алгоритмизация и декомпозиция сложных задач

Большую задачу нужно разбивать на микрошаги, которые невозможно перепутать.

- Метод карточек-подсказок («шпаргалок наоборот»): Ученику выдается лист, где напечатан скелет решения конкретной системы (например, методом подстановки). Ему остается только вписать свои коэффициенты и выполнить арифметику. Постепенно пустых мест для заполнения становится больше, пока шаблон не исчезает совсем.

- Прием «Замени переменной то, что повторяется»: Слабым ученикам трудно увидеть структуру. Нужно дать им жесткую команду-компромисс: «Найди в обоих уравнениях одинаковый кусок (например, 2x-y). Обведи его рамочкой. Пусть он будет буквой "А"». После нахождения значений «А» подставить их обратно обычно уже несложно.

- Метод исключения ошибок (защита от глупых промахов):

Столбик для арифметики: Все вычисления (перенос чисел, деление) выносятся в отдельный узкий столбик справа от основного решения.

Обратная подстановка как обязательный шаг: Решение не считается законченным, пока последняя строка не содержит проверку: подставить найденный корень в самое первое (исходное) уравнение и получить верное числовое равенство.

- Метод «Лишние данные»: Дается система из трех уравнений, но одно из них является следствием двух других или просто неверным. Задача слабого ученика - найти лишнее, опираясь на логику, а не только на вычисления.

4. Работа с типичными барьерами

- Барьер отрицательных чисел: Использовать термометр или лифт. Если было -3 градуса и температура упала еще на 5 градусов, сколько стало? Правило «минус на минус дает плюс» объясняется через двойную смену направления движения.

- Барьер раскрытия скобок: Тренировка исключительно на этом действии. Игра «Таможня»: выражение перед скобками - это таможенник. Если у него в руках плюс, он пропускает всех гостей (слагаемые внутри) без изменений. Если минус - заставляет всех сменить форму (сменить знаки).

- Барьер дробей: Запрет работать с многоэтажными дробями. Первое действие любого уравнения с дробями - умножение обеих частей на общий знаменатель, чтобы избавиться от дробных черт. Ученик должен сначала дорисовать целую черту внизу и написать результат умножения каждого слагаемого, и только потом считать.

5. Игровые и соревновательные форматы

- «Найди ошибку учителя»: На доске намеренно решается уравнение, где в одном месте допущена классическая ошибка (забыли поменять знак при переносе, неправильно раскрыли скобку). Класс получает задание выступить в роли экспертов и найти фальшивку.
- «Рваная цепочка»: Карточки с шагами решения перемешиваются. Группе слабых учеников нужно восстановить правильный порядок алгоритма физически, перекладывая бумажки.
- Работа в парах «Ученик - Консультант»: Один выполняет решение вслух максимально медленно, проговаривая каждый шаг алгоритма. Второй держит в руках опорную карточку и имеет право остановить партнера, если тот пропустил пункт инструкции.

Формирование умения применять уравнения и неравенства для решения задач - это переход от технического навыка (умения считать) к математическому моделированию. Главная трудность слабых учеников здесь заключается в переводе с естественного языка на язык алгебры.

Работа должна строиться по принципу постепенного усложнения: от готовой модели к самостоятельному конструированию.

1. Этап «Чтение задачи как инструкции» (Дешифровка)

Ученики должны научиться видеть в тексте не историю, а набор команд для составления выражения. Для этого вводятся жесткие сигнальные таблицы соответствия:

Слово или фраза в задаче	Математическое действие
«На... больше / меньше»	Сложение (+) или вычитание (-)
«В... раз больше / меньше»	Умножение (*) или деление (:)
«Всего», «стало вместе»	Знак сложения между частями
«Осталось», «израсходовали»	Вычитание из целого
«Равны», «одинаково», «поровну»	Знак равенства (=)
«Не менее / не более / до»	Знаки неравенства (≤ ≥)

Прием: Разбор текста маркером. Ученик читает задачу и сразу подчеркивает числовые данные одним цветом, неизвестные величины - вторым, а ключевые слова-сигналы («в раз», «на») - третьим.

2. Этап работы с одной переменной (Базовое моделирование)

Слабым ученикам сложно работать с системами. Нужно приучить их выражать все неизвестные через одну букву x.

Таблица-матрица: Для текстовых задач (движение, работа, смеси) используется жесткая структура. Например, в задаче на движение таблица всегда имеет столбцы: Объект, Скорость (v), Время (t), Расстояние (S). Две строки заполняются по условию, третья - через x. Четвертая строка составляется по правилу связи (например, S = v * t). Само уравнение берется именно из этой итоговой строки.

Правило «Что удобнее принять за x?»: Обучение выбору независимой переменной. Правило гласит: «За x принимаем самую маленькую величину или ту, про которую известно меньше всего». Если одна величина больше другой на 5, то меньшую называем x, а большую - (x + 5).

3. Этап введения второй переменной и систем уравнений

К системам нужно переходить только тогда, когда автоматизирована работа с одной переменной.

Метод смысловых пар: Каждое уравнение в системе должно иметь четкий физический смысл, написанный рядом. Пример: (x + y = 30) - «это мы сложили головы всех кур и кроликов» (2x + 4y = 88) - «это мы посчитали количество ног». Без такой подписи ученик не понимает, откуда взялось второе уравнение.

Геометрическая интерпретация системы: Обязательно показывать график. Система уравнений - это поиск точки пересечения двух линий. Неравенство - область выше или ниже линии. Когда слабый ученик видит, что прямые пересеклись в точке (5; 2), абстрактный ответ обретает для него реальность.

4. Методика обучения решению задач на проценты, концентрацию и доли

Это самый сложный блок. Здесь необходимо использовать метод визуализации сосудов (метод чашек).

Рисуются два стакана. В одном - исходный раствор (указывается %), во втором — чистая вода (0%) или добавка (100%).

Стрелками показывается переливание.

Главное правило записи: Масса раствора * Процентное содержание = Масса чистого вещества.

Составляется общая таблица:

Раствор	Общая масса	% концентрации	Масса чистого вещества
Первый	x ...	...	
Второй	y ...	...	
Смесь	Сумма масс	Заданный %	Сумма чистых веществ

Уравнение строится либо по первому столбцу (сумма масс), либо по последнему (баланс чистого вещества).

5. Приемы развития функциональной грамотности

Чтобы ученики видели математику вокруг себя, используются следующие форматы:

- Задачи с недостающими данными: Дается условие («Мама купила яблоки и груши. Яблок было больше. Сколько заплатили всего?»). Ученики сами должны догадаться, каких данных не хватает (цена яблок, цена груш, их количество), обозначить их буквами и составить буквенное выражение.

- Оценка правдоподобности ответа: Обязательный этап после получения корня. Вопросы учителя: «Может ли возраст человека быть отрицательным? Может ли скорость пешехода быть 120 км/ч? Может ли в классе быть 45,5 учеников?». Это учит соотносить чистую алгебру с реальностью.

- Составление обратных задач: После решения стандартной задачи («Найди расстояние, зная время и скорость»), дается задание придумать вопрос так, чтобы теперь нужно было составлять уравнение («Известно расстояние и время, но один объект задержался с выходом. Найди его скорость»).

6. Алгоритм работы над прикладной задачей (Памятка для ученика)

Для формирования устойчивого навыка слабые дети должны проговаривать вслух жесткий алгоритм перед тем, как писать первое уравнение:

О чем задача? (Тема: движение/работа/проценты).

Что спрашивают? (Целевая величина).

Что можно принять за x? (Выбираем самое удобное).

Какие еще величины есть? (Выражаем их через x).

Какая закономерность их связывает? (Формула: S=vt, A=pt, баланс денег/массы).

Переводим эту закономерность на язык уравнения.

Решаем модель (чистая алгебра).

Проверяем: ответили ли мы на главный вопрос задачи (частая ошибка - найти x, который является лишь промежуточным возрастом отца, а спросили про сына)? Подходит ли ответ под здравый смысл?

Главное в этом процессе - терпение и отказ от пропусков этапов. Слабый ученик должен сначала научиться безошибочно переводить простые фразы («число увеличили на 5») в символы (x+5), прежде чем браться за бассейны и сплавы.

Обучение *решению задач с параметрами* может быть достаточно сложным, так как требует не только понимания математических принципов, но и развитого навыка аналитического мышления. Ниже приведены некоторые методические приемы, которые могут помочь в обучении этому навыку:

1. Постановка проблемы и анализ условий:

- Начните с тщательного анализа задачи. Попросите учащихся выписать все данные условия и определить, какие переменные являются параметрами.
- Подчеркните важность понимания взаимосвязей между данными и условиями задачи.

2. Графический подход:

- Используйте графические методы, чтобы учащиеся могли визуализировать зависимость между параметрами и переменными. Это может быть особенно полезно при анализе функций.
- Помогите учащимся построить графики функций при различных значениях параметров, чтобы увидеть, как изменяется их поведение.

3. Метод разбиения на случаи:

- Научите школьников рассматривать различные случаи в зависимости от значений параметра. Это помогает в систематическом исследовании всех возможных сценариев.

4. Примерный разбор задач:

- Приведите пример решения типовой задачи с параметрами. Разберите его на этапы, объясняя каждый шаг, чтобы ученики могли понять логическую последовательность решения.

5. Использование программных средств:

- Включите использование математического программного обеспечения, такого как GeoGebra или Desmos, для решения и иллюстрации задач с параметрами. Это может ускорить процесс решения и помочь в визуализации сложных зависимостей.

6. Акцент на практическом применении:

- Объясните, как задачи с параметрами применяются в реальной жизни и различных профессиях. Это может повысить мотивацию учащихся и сделать обучение более интересным.

7. Самостоятельная работа и обсуждение:

- Оставьте место для самостоятельного решения задач, после чего проводите обсуждение результатов в классе. Это позволит учащимся обмениваться стратегиями и учиться на ошибках друг друга.

8. Обучение через ошибки:

- Акцентируйте внимание на типичных ошибках, которые могут возникать при решении задач с параметрами, и обсудите способы их предотвращения.

9. Разноуровневые задания:

- Подготовьте задания разного уровня сложности, начиная с простейших задач и постепенно переходя к более сложным. Это позволит учащимся постепенно наращивать сложность и уверенность в своих силах.

10. Интерактивные задачи:

- Создайте интерактивные задания, где учащиеся смогут изменять параметры и наблюдать, как это влияет на решение задачи. Это усилит их интуицию и понимание материала.

11. Алгоритмизация решения:

- Рекомендуется разработать и довести до автоматизма алгоритм решения задач с параметрами. Например, это может быть такой алгоритм:

Найти ограничения на параметр.
Решить задачу при конкретном значении параметра.
Рассмотреть граничные случаи.
Сформулировать ответ, зависящий от параметра.

12. Подстановка конкретных значений:

- Один из простых приемов — предложить ученикам попробовать подставить конкретные значения параметра и решить задачу без параметра. Это помогает понять, как будет меняться решение при изменении параметра.

13. Метод интервалов:

- Особенно полезен для задач с модулями или дробно-рациональными функциями. Параметр рассматривается на различных промежутках, и для каждого промежутка ищется отдельное решение.

14. Координатно-параметрический подход:

- Интересный подход, когда параметр вводится как отдельная переменная, и задача сводится к анализу поведения функции в координатах.

15. Решение через построение множеств решений:

- Особое внимание уделяется построению множеств решений в зависимости от параметра. Учитель помогает ученикам понять, как выглядит решение в виде диапазона или множества значений.

Используя эти методические приемы, вы сможете эффективно обучать решению задач с параметрами, развивая у учащихся не только навыки решения задач, но и аналитическое мышление в целом.

Изучение *действий с натуральными числами и работа со свойствами чисел* — важная составляющая подготовки к ЕГЭ по математике в 10-11 классах. Для успешного освоения этих тем важно использовать методические приемы, которые помогут учащимся систематизировать знания, преодолеть трудности и эффективно подготовиться к экзамену.

1. Повторение и систематизация:

Регулярное повторение основных действий с натуральными числами (сложение, вычитание, умножение, деление) и их свойств. Лучше всего делать это в форме заданий, постепенно усложняя их.

2. Работа с задачами на свойства чисел:

Решение задач, где требуются знания о делителях, остатках, наибольшем общем делителе (НОД), наименьшем общем кратном (НОК), простых и составных числах.

3. Решение задач с параметрами:

Включите задачи, где параметры входят в условие задачи, например, «дано число, которое делится на a и b, найти число, удовлетворяющее определенным условиям».

4. Метод перебора и модульных вычислений:

Обучение методу перебора и работе с остатками при решении задач, связанных с делимостью натуральных чисел.

5. Применение свойств целых чисел в задачах на числа и цифры:

Отдельное внимание уделить задачам, связанным с перестановкой цифр, поиском закономерностей и особым случаям делимости.

6. Использование графиков и схем:

Графическое представление задач помогает лучше понять, как устроены натуральные числа и их свойства.

7. Практические задачи и задания с подсчетом:

Предлагайте задачи, связанные с подсчетом различных комбинаций, расположений и порядков чисел.

8. Числовые последовательности и прогрессии:

Разбор задач на арифметические и геометрические прогрессии, включая нахождение сумм и n-го члена.
Использование формул и практическое их применение в различных условиях.
9. Работа с простыми числами:
Исследование свойств простых чисел и их роли в задачах ЕГЭ.
Решение задач, связанных с разложением на простые множители и проверкой чисел на простоту.
10. Изучение свойств чисел:
Исследование различных числовых теорем, таких как теорема о среднем арифметическом, относительно простых числах и другие теоретические свойства.
Регулярное решение задач, которые требуют применения этих теорем.
11. Комбинаторные задачи:
Обучение решению задач на разбиение множества, сочетания, перестановки — все это важные аспекты арифметики на экзамене.
12. Работа с задачами ЕГЭ:
Регулярное прорешивание задач из прошлых вариантов ЕГЭ позволяет познакомиться с форматом экзамена и типами задач.
Разборы задач, которые вызывают затруднения, и развитие стратегий их решения.
13. Творческие задания и проекты:
Обучение через исследовательские проекты, которые побуждают учащихся находить применение свойств чисел в реальной жизни.
Примерные задания:
- Простейшие задачи на свойства чисел:
  Найдите наименьшее общее кратное чисел 12 и 18.
  Найдите наибольший общий делитель чисел 36 и 48.
- Задачи средней сложности:
  Натуральное число N делится на 6 и на 15. Найдите наименьшее возможное значение N.
  Какое наименьшее число, большее 100, делится на 7 и оставляет при делении на 5 остаток 3?
- Сложные задачи на свойства чисел:
  Найдите все трехзначные числа, сумма цифр которых равна 15, а само число делится на 3.
  Найдите наибольшее число, которое при делении на 12 дает остаток 5, а при делении на 15 дает остаток 8.

3.2.3. Методический анализ выполнения заданий обучающимися со средним уровнем подготовки (в группе от 61 до 80 т.б.), включая методические рекомендации для учителей

3.2.3.1. Описание предметной подготовки участников ЕГЭ со средним уровнем подготовки, анализ типичных дефицитов в подготовке

- Описание достигнутых предметных результатов ФГОС: освоенных тем программы, сформированных умений и т.п. (если имеются)

Перечислены умения (номера зданий), выполнение которых составило **более 50%**

Задания №1,2,3,4,5,6,7,9,10,11,12,13 проверяющие Умение оперировать понятиями: плоский угол, площадь фигуры, подобные фигуры; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы; Умение оперировать понятиями: вектор, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, скалярное произведение, угол между векторами; Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, величина угла, плоский угол, двугранный угол, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, объём фигуры, площадь поверхности; умение использовать геометрические отношения при решении задач; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; Умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, комбинаторные факты и формулы; Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений; Умение оперировать понятиями: функция, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, производная функции, первообразная; находить уравнение касательной к графику функции; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций; находить площади фигур с помощью интеграла; Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов.

- Анализ типичных дефицитов в предметной подготовке: неосвоенные или слабо освоенные темы программы, несформированные или недостаточно сформированные умения, навыки, виды познавательной деятельности, проявляющиеся в типичных ошибках при выполнении соответствующих заданий

Таблица 2-17

№ п/п	Темы программы и умения	Класс(-ы) изучения в соответствии с ФОП
1.	14. Многогранники и Тела Вращения	10-11 7-9

	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, отрезок, луч, величина угла, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; площадь фигуры, объём фигуры, многогранник, поверхность вращения, площадь поверхности, сечение; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения; использовать геометрические отношения при решении задач; находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии	
2.	17. Умение оперировать понятиями: точка, прямая, отрезок, луч, величина угла; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии, использовать геометрические отношения при решении задач; умение находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы	5-6 7-9
3.	18. Умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами	10-11 7-9
4.	19. Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; умение оперировать понятиями: множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел, остаток по модулю; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное; умение выбирать подходящий метод для решения задачи	10-11 5-9

- Реалистичные «зоны роста» в части предметной подготовки для уверенного получения 80 и более т.б.

В «зоны роста» данной группы можно отнести задания, которые не набрали 50% в выполнении. Таким образом это темы: Стереометрия и планиметрия; уравнения и неравенства с параметром, а также числа и вычисления.

3.2.3.2. Методический анализ качества освоения метапредметных результатов ФГОС участниками ЕГЭ со средним уровнем подготовки

- Развернутый комментарий на основе заданий / групп заданий, на успешность выполнения которых могла повлиять достаточная или недостаточная сформированность метапредметных умений, с указанием соответствующих метапредметных умений и их проявления в типичных ошибках в ответах участников экзамена на соответствующие задания;

Типичные ошибки в заданиях 14, 17, 18, 19 свидетельствуют о недостаточной сформированности базовых исследовательских действий, действий по работе с информацией (в графической форме).

Задание 14 (успешность 2,03%) - сложности при доказательстве параллельности прямой и плоскости. Рассматривался четырехугольник, который безосновательно становился параллелограммом. Доказательство останавливалось на доказательстве параллельности двух прямых КМ и ВР. Также встречались арифметические ошибки в вычислениях или неверная подстановка найденных отрезков. В пункте б) не было обоснования расположения угла между прямой и плоскостью. К недочетам можно отнести неверное употребление геометрической терминологии: высота квадрата, средняя линия квадрата, медиана квадрата.

Задание 17 (успешность 0,22%) - ошибки при доказательстве пункта а), в пункте б) многие верно находили числовое значение длины стороны. К основным ошибкам можно отнести: неверное построение чертежа; путаница в буквах; при дополнительных построениях биссектрисы, она безосновательно принимались за медиану или высоту, также допускались вычислительные ошибки.

Задание 18 (успешность 1,82%) – ошибки при разложении выражения на множители; делался верный переход к совокупности уравнений, дальше аналитически приводились неверные рассуждения для нахождения двух различных корней. Происходила путаница в рассуждениях для x=0. При графическом способе решения после разложения на множители строились не верные графики гиперболы и параболы.

Задание 19 (успешность 5,32%) – в пункте а приводился пример чисел только для наибольших значениях на карточках, остальные карточки оставались без внимания. Неверно считалось количество целых чисел в заданном промежутке, делящихся на 2. Не приводилось обоснование наибольшего количества чисел при арифметической прогрессии. В пункте в при верном значении наибольшего количества, оценка не подтверждалась примером значений на карточках.

Коммуникативные и регулятивные УУД сформированы на более высоком уровне, чем у обучающихся с низким уровнем подготовки.

- Предположение о достигнутых и недостигнутых метапредметных результатах ФГОС

Можно считать в основном достигнутыми некоторые познавательные УУД в части логических действий.

Коммуникативные и регулятивные УУД не достигнуты в полной мере.

3.2.3.3. Рекомендации для учителей по совершенствованию преподавания учебного предмета группе обучающихся со средним уровнем подготовки

Формирование *умения решать стереометрические задачи на нахождение геометрических величин* — это важная часть школьного курса геометрии. Эффективные методические приемы помогут ученикам уверенно и успешно справляться с решением таких задач, укрепляя навыки пространственного мышления и логики.

1. Наглядность и моделирование:

Одним из важнейших приемов является использование наглядных моделей и чертежей. Например, куб, параллелепипед, пирамида, цилиндр и другие фигуры можно изготавливать из бумаги или пластилина, что позволяет ученикам буквально «видеть» и ощущать фигуру, легче понимать её свойства и связи между величинами.

2. Работа с задачами-шаблонами:

Решение типовых задач помогает ученикам понять алгоритм и логику решения задач подобного типа. Обычно задачи начинаются с простых, а затем постепенно усложняются. Например, задачи на нахождение объема прямоугольного параллелепипеда с известными сторонами или площади боковой поверхности цилиндра.

3. Применение алгоритмов и схем:

Учитель объясняет пошаговый алгоритм решения задач, например, «если известна сторона и диагональ грани куба, то как найти объем?»

Схема может выглядеть так:

- Найти длину ребра куба.
- Использовать формулу объема куба.
- Подставить найденное значение и вычислить результат.

4. Визуализация на плоскости:

Часто стереометрические задачи удобно решать, рисуя сечения фигур на плоскостях. Например, рисунок поперечного сечения цилиндра позволяет увидеть окружность и вычислить площадь круга.

5. Геометрические модели и чертежи на компьютере:

Современные технологии предоставляют возможность использовать интерактивные программы для моделирования и изучения геометрических фигур. Например, GeoGebra или специализированные программы для построения 3D-моделей.

6. Практические задания:

Задачи на измерение реальных объектов (например, коробки, банок, бутылок) помогают ученикам лучше понять практическое применение геометрии и соотношения между размерами и объемом.

7. Использование аналогий и сравнений:

Иногда полезно сравнить знакомые двумерные фигуры с трехмерными объектами. Например, плоский треугольник и тетраэдр имеют много общего в плане площадей и высот.

Примерные задания:

- Простейшие задачи на объеме и площади поверхностей:

Прямоугольный параллелепипед: Длина, ширина и высота параллелепипеда равны соответственно 5 см, 4 см и 3 см. Найдите его объем и площадь полной поверхности.

Куб: Ребро куба равно 6 см. Найдите его объем и площадь полной поверхности.

Шар: Радиус шара равен 3 см. Найдите его объем и площадь поверхности.

- Более сложные задачи на сочетания величин:

Цилиндр: Высота цилиндра равна 8 см, а радиус основания — 3 см. Найдите объем и площадь боковой поверхности.

Пирамида: Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 6 см, а высота — 8 см. Найдите объем пирамиды.

Конус: Радиус основания конуса равен 4 см, а длина образующей — 5 см. Найдите объем и площадь боковой поверхности.

На уроках необходимо использовать наглядные материалы и модели, чтобы облегчить восприятие сложных фигур. Проводите регулярные диагностики, чтобы оперативно корректировать процесс обучения. Включайте в уроки элементы творчества и практического применения геометрии, чтобы повысить интерес учащихся.

Эти методические приемы помогут ученикам уверенно и эффективно освоить решение простейших стереометрических задач на нахождение геометрических величин.

Систематизация знаний - ключевой этап в обучении математике. Обобщение позволяет превратить разрозненные правила в единую структуру и освободить «место в голове» для решения самой задачи, а не вспоминания формул.

Вот 5 эффективных приемов систематизации с конкретными примерами реализации на уроках математики:

1. Матричные таблицы-классификаторы (для свойств объектов)

Этот прием идеален для тем, где много похожих по структуре понятий, которые ученики постоянно путают. Таблица жестко фиксирует признаки сходства и различия.

Пример: Классификация четырехугольников. Рисуется таблица, где строки - это виды фигур (Параллелограмм → Прямоугольник → Ромб → Квадрат), а столбцы - их свойства.

Столбцы: Противоположные стороны параллельны / Все стороны равны / Углы прямые / Диагонали перпендикулярны / Диагонали делятся пополам.

Логика заполнения: Ученики ставят плюсы. Они наглядно видят иерархию: у квадрата плюсов больше всего, он наследует все свойства «родителей». Это снимает вопрос «почему у ромба диагонали перпендикулярны, если он еще не квадрат?».

Пример: Виды чисел (Целые, Рациональные, Иррациональные). Столбцы: «Можно представить дробью p/q», «Имеет конечную/периодичную запись», «Примеры». Заполнение такой таблицы навсегда закрывает проблему понимания того, что любое целое число — это тоже рациональное число (5 = 5/1).

2. Блок-схемы алгоритмов принятия решений (Алгоритмические карты)

В отличие от линейного списка шагов из учебника, блок-схема учит ученика задавать вопросы к задаче перед тем, как действовать. Это формирует навык анализа условия.

Пример: Решение квадратных уравнений. Вместо фразы «вычислите дискриминант», схема начинается с вопроса-ромба: «Коэффициент a=1?». Если Да (приведенное): Ищем теорему Виета (сумма -b, произведение c). Если Нет (общее): Вычисляем D. Далее новый вопрос: «D > 0?». Если нет - корней нет. Если да - считаем по формуле.

Пример: Производная функции. Схема-диаграмма: «Вид функции?» → Степенная / Тригонометрическая / Сложная. От каждой ветки идет стрелка к нужной формуле и правилу дифференцирования.

3. Опорные конспекты по методу В.Ф. Шаталова (Скелет темы)

Это визуальная майнд-карта, сжатая до одного листа (или плаката), где главные идеи связаны логическими связями, а второстепенные детали убраны. Главная цель - дать глазу зацепиться за образ.

Пример: Свойства степеней. Не список формул текстом, а одна большая буква A (основание) с двумя маленькими буквами n и m на разных уровнях. Стрелки между ними подписаны действиями: при умножении степени → складывать, при делении → вычитать. Визуальный образ расположения стрелок запоминается лучше, чем текст (a^n * a^m = a^{n+m}).

Пример: Формулы тригонометрии. Центральный элемент - единичная окружность. От нее лучами расходятся линии: «Синус - ось Y», «Косинус - ось X», «Тангенс - касательная». Рядом нарисованы прямоугольные треугольники для связи функций острого угла. Весь раздел геометрии и тригонометрии умещается в одну графическую метафору.

4. Фреймы задач (Обобщение через инвариантную структуру)

Многие типы текстовых задач имеют одинаковую математическую модель, несмотря на разное сюжетное оформление (про яблоки, про поезда или про сплавы). Систематизация здесь заключается в выделении этой неизменной структуры.

Пример: Задачи на движение навстречу/вдогонку. Рисуется универсальный шаблон-таблица («фрейм»), который заполняется под любую задачу:

Объект V_{собств} V_{течения/среды} V_{по...} V_{против...} Время Расстояние

Ученик учится сначала рисовать эту пустую рамку, переносить туда данные из текста, и только потом составлять уравнение. Скорость сближения или удаления становится не случайным числом, а закономерной клеткой в таблице.

Пример: Приложение производной. Фрейм исследования функции: 1. Область определения →2. Четность →3. Пересечение с осями →4. Производная →5. Критические точки →6. Знаки производной (интервалы монотонности) →7. Экстремумы.

Этот жесткий каркас не дает пропустить этапы построения графика.

5. Карты причинно-следственных связей (Концепт-карты)

Используются для обобщения крупных разделов курса, чтобы показать, как одно понятие вытекает из другого. В центре пишется тема, вокруг - следствия и причины.

Пример: Обобщающее повторение планиметрии перед экзаменом. В центре круга - слово «ПЛОЩАДЬ». От него идут лучи к фигурам (Треугольник, Трапеция, Круг). Но самое важное - дополнительные узлы-вопросы, соединяющие их: «Как достроить трапецию до треугольника, чтобы применить формулу площади через синус?», «Где в любой фигуре спрятан прямоугольный треугольник для поиска высоты?».

Пример: Связь арифметической и геометрической прогрессий. Две колонки. Слева - сложение (разность d), справа - умножение (знаменатель q). Каждому свойству слева соответствует зеркальное свойство справа (Сумма n членов ↔ Произведение n членов равноудаленных элементов). Это помогает запомнить громоздкие формулы суммы через понимание симметрии процессов.

Как внедрять эти приемы в работу класса:

Совместное создание: Сильнейшая систематизация происходит тогда, когда таблицу или схему ученики составляют сами под руководством учителя в конце большой темы. Процесс выделения главного важнее, чем готовый красивый плакат.

Цветовое кодирование: На любых схемах ошибки должны быть визуально заметны. Рекомендуется правило: всё, что связано с минусом, нулем или запретом (ОДЗ) - выделяется красным; основные переменные - синим; результаты - зеленым.

Активизация на старте урока: Любое занятие стоит начинать с двухминутного взгляда на опорный конспект предыдущего урока, чтобы восстановить контекст памяти.

3.2.4. Методический анализ выполнения заданий обучающимися с высоким уровнем подготовки (в группе от 81 т.б. и выше), включая методические рекомендации для учителей

3.2.4.1. Описание предметной подготовки участников ЕГЭ с высоким уровнем подготовки, анализ типичных дефицитов в подготовке

- Описание достигнутых предметных результатов ФГОС: освоенных тем программы, сформированных умений и т.п. (если имеются)

Перечислены умения (номера зданий), выполнение которых составило **более 50%**
Все задания кроме №14,17,19. (геометрические задания и задания на числа и вычисления)

- Анализ типичных дефицитов в предметной подготовке: неосвоенные или слабо освоенные темы программы, несформированные или недостаточно сформированные умения, навыки, виды познавательной деятельности, проявляющиеся в типичных ошибках при выполнении соответствующих заданий

Таблица 2-18

№ п/п	Темы программы и умения	Класс(-ы) изучения в соответствии с ФОП
1.	17. Умение оперировать понятиями: точка, прямая, отрезок, луч, величина угла; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии, использовать геометрические отношения при решении задач; умение находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы	5-6 7-9

- Реалистичные «зоны роста» в части предметной подготовки для получения 100 т.б.

В «зоны роста» данной группы можно отнести задания, которые не набрали 50% в выполнении. Таким образом это темы: Стереометрия и планиметрия; числа и вычисления.

3.2.4.2. Рекомендации для учителей по совершенствованию преподавания учебного предмета группе обучающихся с высоким уровнем подготовки

Работа с сильными учениками по математике требует отхода от стандартной школьной программы «вширь» (решение тысяч однотипных примеров) и перехода к движению «вглубь» - к математической эстетике, строгости доказательств и нестандартным связям.
Вот три приема для организации работы с мотивированными детьми:

1. Прием «Математическая вертикаль»: усложнение структуры задачи

Сильный ученик быстро считывает алгоритм и теряет интерес. Чтобы удержать его внимание, нужно не увеличивать громоздкость вычислений, а добавлять новые условия или менять структуру объекта.

- Метод параметризации базовых задач: Берется стандартная задача из учебника, и в нее вводится скрытый слой.

Пример: Вместо «Найдите площадь треугольника со сторонами 3, 4, 5», дается: «При каких натуральных значениях x площадь треугольника со сторонами x, x+1, x+2 будет целым числом?». Здесь ученику придется применить формулу Герона, поработать с квадратными корнями, разложением на множители и теорией делимости одновременно.

- Обобщение и частный случай: Сильных учеников учат двигаться в обе стороны по логической цепочке. После решения конкретной задачи задается вопрос: «А если мы заменим число 10 в условии на произвольное n, останется ли утверждение верным? Докажите». Или наоборот: «Мы доказали общую теорему Птолемея для вписанного четырехугольника. Посмотрите на эти пять частных фигур (квадрат, прямоугольник, трапеция). Как упростится формула для каждой из них?».

- Геометризация алгебры и наоборот: Предложите решить уравнение высокой степени через построение графика функции и поиск точек пересечения с прямой, или, напротив, докройте геометрическую задачу о площадях методами векторной алгебры.

2. Прием «Математика как исследование»: открытые задачи без готового ответа

В обычной школе ответ всегда существует и он единственный. В настоящей науке математики часто ищут границы применимости метода или пытаются опровергнуть гипотезу.

- Задачи на выживание утверждения («Верно ли, что...?»): Дается смелое утверждение. Задача ученика - не просто сказать «да» или «нет», а найти либо безупречное доказательство, либо построить один-единственный контрпример, который обрушит всю теорию.

Пример: «Верно ли, что разность между любыми двумя соседними простыми числами всегда четная?» (Ученик должен вспомнить про двойку и тройку).

- Поиск ошибок в «доказательствах» заведомо ложных фактов: Это отлично развивает критическое мышление и знание ОДЗ (области допустимых значений). Классический пример — «доказательство», что 2 = 1 через деление на (a - a). Ученики должны научиться находить ту самую запретную операцию, которая делает всё рассуждение ничтожным.

- Исследование множеств решений: Вместо поиска одного корня исследуется поведение всего семейства функций.

Пример: «Как меняется количество корней уравнения sin(x) = ax в зависимости от коэффициента a?» Ответ здесь - не число, а интервалы на оси a.

3. Прием «Выход за пределы плоскости»: олимпиадные методы и история науки

Когда школьный курс пройден, сильным ученикам показывают инструменты, которые не входят в обязательную программу, но кардинально упрощают сложные задачи.

- Принцип Дирихле («Клеток меньше, чем кроликов»): Один из самых мощных инструментов комбинаторики. Если у вас есть n клеток и n+1 кролик, то хотя бы в одной клетке сидит больше одного кролика.

Применение: «Докажите, что среди любых 367 человек найдутся как минимум двое, родившиеся в один день» (клеток - 366 дней года, людей - 367). Задачи на принцип Дирихле кажутся магическими, так как они доказывают существование чего-либо, не называя конкретного примера.

- Инварианты и раскраски: Метод доказательства невозможности действия.

Пример: Задача о шахматной доске, у которой вырезаны два противоположных угла. Можно ли покрыть её доминошками (1 *2)? Решение строится не на переборе вариантов, а на инварианте цвета: каждая доминошка всегда съедает одну белую и одну черную клетку. Вырезанные углы - одного цвета. Баланс нарушен, значит, решение невозможно.

- Принцип крайнего: Поиск самого маленького, самого большого, самого левого или самого удаленного элемента во множестве.

Пример: «На плоскости дано несколько точек. Рассмотрим все отрезки между ними и выберем самый короткий. Докажите, что этот отрезок не пересекается ни с каким другим отрезком из этого набора внутри себя». Рассуждение строится именно от свойств этого «крайнего» кратчайшего отрезка.

- Чтение первоисточников: Поручите сильному ученику прочитать оригинальное (упрощенное) доказательство великой теоремы Ферма для случая n=4 у самого Ферма методом бесконечного спуска, или биографию Эвариста Галуа. Это формирует понимание того, что математика — это живой язык познания, а не набор инструкций в конце тетради.

Важные правила сопровождения таких учеников:

- Право на ошибку при решении сложной задачи: Сильный ученик привык быть отличником. В исследовательской задаче он может промучиться час и не найти решения. Важно хвалить его не за правильный ответ, а за красивую попытку, найденный частичный случай или грамотное опровержение чужой идеи.

- Роль консультанта: Позвольте сильному ученику после освоения темы объяснить ее базовые принципы слабому однокласснику под вашим присмотром. Лучший способ проверить, понял ли ты тему сам - попытаться объяснить её другому простыми словами.

Межпредметные задания для сильных учеников должны выходить за рамки школьной программы и демонстрировать математику как универсальный язык описания мира. Главная цель таких задач - не столько получение числового ответа, сколько построение модели.

Вот 5 примеров творческих исследовательских заданий на стыке математики с другими дисциплинами:

1. Математика + Биология: Фрактальная геометрия кровеносной системы (Эффект Муррея)

Суть задачи: Исследовать принцип минимизации затрат энергии в биологических системах. Математический аппарат: Геометрическая прогрессия, производная (для оптимизации), свойства фракталов, тригонометрия. Задание: Дается артерия радиуса R, которая разветвляется на две дочерние артерии радиусов r_1 и r_2. Согласно закону Муррея, суммарный объем крови должен сохраняться $\pi R^2 = \pi r_1^2 + \pi r_2^2$, а суммарная поверхность стенок сосудов должна быть минимальной для снижения сопротивления. Ученикам предлагается вывести «золотой

угол» ветвления. Они должны составить функцию суммарного объема/поверхности от угла между сосудами, найти её производную и доказать, почему в природе чаще всего встречается именно дихотомическое ветвление под определенным углом (около 76–80 градусов). В финале ученики анализируют рентгеновские снимки легких или фотографии крон деревьев, находя подтверждение этой математической модели.

2. Математика + Экономика: Парадокс Кондорсе и теория игр (Теория общественного выбора)

Суть задачи: Показать, что демократическое голосование может приводить к логически абсурдным результатам. Математический аппарат: Матрицы, комбинаторика, циклические перестановки, транзитивность отношений. Задание: Предлагается смоделировать выборы мэра города, где есть три кандидата (А, Б, В) и три группы избирателей с разными предпочтениями. Выясняется, что большинство предпочитает А вместо Б, Б вместо В, но при этом В вместо А (А > В > С > А). Это называется «цикл Кондорце». Исследование строится вокруг создания собственных матриц голосования. Сильным ученикам дается задание разработать такую систему взвешенного голосования или распределения голосов по округам, которая бы разрушила этот цикл и сделала результат выборов предсказуемым и справедливым (транзитивным), используя теорему о невозможности Эрроу как теоретическую базу.

3. Математика + Архитектура / Инженерное дело: Кинематические гиперболоиды Владимира Шухова

Суть задачи: Понять связь между прямой линией и криволинейной поверхностью. Математический аппарат: Стереометрия, поверхности второго порядка (гиперболоид вращения), параметрические уравнения прямых, проективная геометрия. Задание: Шуховская башня на Шаболовке построена из абсолютно прямых металлических балок, но визуально выглядит как вогнутая чаша или гипербола. Ученикам выдается задание рассчитать углы наклона этих балок. Они строят модель однополостного гиперболоида $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

и доказывают его главное свойство: эта поверхность является линейчатой (состоит из прямых линий). Используя метод сечений плоскостями z = const, они выводят уравнения образующих прямых и рассчитывают координаты узлов реальной башни, чтобы понять, как монтировать прямые балки так, чтобы получить идеальную кривую без использования гибких материалов.

4. Математика + История / Лингвистика: Криптоанализ «Пляшущих человечков» (Частотный анализ)

Суть задачи: Взлом шифра простой замены методами математической статистики. Математический аппарат: Теория вероятностей, статистика (частотный анализ), комбинаторика (факториал). Задание: Вместо абстрактных цифр используется текст романа Артура Конан Дойла. Ученики получают зашифрованную записку, состоящую из символов. Первый этап исследования: вычисление частоты появления каждого символа в тексте и сравнение полученного распределения с эталонной таблицей частот букв русского языка (где лидируют О, Е, А, И.). Второй этап: использование теории информации (логарифм Хартли) для оценки количества попыток, необходимых для перебора всех возможных ключей ($n!$ вариантов). Третий этап: применение индекса совпадения Фридмана для автоматического определения длины ключа, если бы это был многоалфавитный шифр (например, шифр Виженера). Задача объединяет чистую статистику, программирование (написание простейшего скрипта-анализатора) и историю криптографии.

5. Математика + Астрономия / Физика: Определение размеров Земли и Луны (Метод Эратосфена)

Суть задачи: Повторить великое открытие древности, используя современные данные и строгую тригонометрию. Математический аппарат: Тригонометрические функции, подобие треугольников, приближенные вычисления малых углов, погрешности измерений. Задание: Классическая задача усложняется до уровня научного проекта. Ученикам выдаются реальные астрономические альманахи с данными о времени прохождения Венеры по диску Солнца (или моменты солнечных затмений) из разных городов России (например, Москвы и Владивостока). Используя разницу во времени фиксации контакта диска планеты с солнечным диском, ученики должны построить схему хода лучей света (подобные треугольники), вычислить параллакс и через него определить расстояние до небесного тела. Далее, зная угловой диаметр Луны, видимый с Земли, они вычисляют её реальный физический размер в километрах. Итогом работы становится расчет абсолютной и относительной погрешности их результата по сравнению с современными данными NASA.

3.3. Рекомендации администрации ОО, ИПК / ИРО, иным организациям, реализующим программы профессионального развития учителей по совершенствованию преподавания учебного предмета

3.3.1. Рекомендуемые темы для обсуждения / обмена опытом на школьных методических объединениях учителей-предметников, в том числе по трансляции эффективных педагогических практик ОО со стабильно высокими результатами ЕГЭ

Темы для школьных методических объединений (ШМО) учителей математики можно разделить на несколько ключевых направлений: от решения текущих операционных проблем до обсуждения глобальных трендов в образовании.

Ниже представлены варианты тем, структурированные по задачам, которые стоят перед педагогическим коллективом.

1. Качество образования и подготовка к государственной итоговой аттестации (ОГЭ/ЕГЭ)

Эти темы наиболее востребованы, так как напрямую связаны с результатами учеников.

- «Анализ ошибок ГИА прошлого года: системные пробелы или случайность?» Содержание: Разбор не просто статистики баллов, а конкретных заданий, вызвавших массовый провал. Обсуждение причин: нехватка времени, непонимание условия, вычислительная ошибка или незнание алгоритма.
- «Геометрия во второй части: методика обучения доказательству со слабыми учениками». Содержание: Как научить ребенка оформлять пункт «Дано» и «Найти», как строить чертеж без искажений смысла и какие базовые теоремы нужно довести до автоматизма, чтобы высвободить время на логику доказательства.
- «Экономические задачи (финансовая грамотность) в школьном курсе алгебры». Содержание: Сравнение методов решения задач на кредиты (аннуитетные vs дифференцированные). Обмен готовыми шаблонами таблиц для заполнения данных, которые помогают слабым ученикам не запутаться в процентах.
- «Задачи с параметром и модулем: единый графический подход». Содержание: Отказ от аналитического перебора случаев в пользу функции y=f(x) и семейства прямых. Как за два урока объяснить суть параметрических задач через движение ползунка в Desmos или GeoGebra.

2. Методика преподавания и работа с разными категориями обучающихся

Обмен практическими инструментами («фишками»), которые работают в классе здесь и сейчас.

- «Сингапурские технологии на уроках математики: "Rally Coach" и "Think-Pair-Share"». Содержание: Практикум. Учителя разбиваются на пары и проигрывают фрагменты уроков, где один решает — другой диктует и проверяет, или где обсуждение идет сначала в парах, а затем выносится на класс.

- «Формирование инженерного мышления через прикладные задачи». Содержание: Сборник реальных кейсов: расчет угла наклона пандуса (инвалидность/доступная среда), оптимизация раскроя ткани или листа металла (без отходов), вычисление объема бассейна неправильной формы.

- «Работа над математической терминологией: как добиться понимания, а не зазубривания». Содержание: Приемы работы с глоссариями. Например, задание «Объясни слово "производная" пятилетнему ребенку» или создание ментальных карт понятий (чем отличается "уравнение" от "тождества").

- «Математика для "гуманитариев": приемы удержания внимания». Содержание: Использование сторителлинга. Решение квадратных уравнений через историю о рыцарях и крепостных стенах, изучение прогрессий через легенду о шахматной доске и зернах.

3. Цифровизация и использование современного инструментария

Темы, связанные с технической поддержкой учебного процесса.

- «Нейросети в работе учителя математики: генерация индивидуальных карточек». Содержание: Мастер-класс. Показ того, как за 5 минут составить промпт для нейросети, чтобы она нарисовала 30 уникальных линейных уравнений разного уровня сложности с ответами, вместо ручного набора из сборника.

- «Использование интерактивной доски не как экрана, а как рабочего пространства». Содержание: Демонстрация инструментов перемещения объектов (drag-and-drop) для отработки сортировки чисел по множествам или сопоставления графика функции с его производной.

- «Автоматическая проверка работ: сервисы тестирования и их интеграция в журнал». Содержание: Обзор платформ. Плюсы (мгновенная статистика класса) и минусы (дети списывают с калькулятора).

4. Воспитательная работа и функциональная грамотность

Направление, которое сейчас является приоритетным в российских школах согласно ФГОС.

- «Преподавание финансовой грамотности на базе алгебры». Содержание: Разработка модуля уроков. Расчет полной стоимости кредита (ПСК), понимание разницы между инфляцией и процентной ставкой, простые и сложные проценты на примере банковских вкладов.

- «Вероятность и статистика: как читать графики новостей критически». Содержание: Урок-кейс. Берется график роста цен или заболеваемости из СМИ. Учителя обсуждают, как показать детям манипуляции с масштабом осей, выборочное представление данных и разницу между корреляцией и причинно-следственной связью.

- «Проектная деятельность: от реферата к исследованию». Содержание: Требования к метасюжету проекта. Чем «История числа Пи» (реферат) отличается от «Вычисления числа Пи методом Монте-Карло с помощью программирования» (исследование).

3.3.2. Рекомендуемые ИПК / ИРО, иным организациям, реализующим программы профессионального развития учителей, направления повышения квалификации (в форме курсов, отдельных мероприятий, консультаций и т.п.) с учетом выявленных дефицитов предметной подготовки

Анализ типичных затруднений педагогов и результатов учеников позволяет выделить несколько ключевых дефицитов, под которые институты развития образования могут формировать модули курсов.

Ниже представлены рекомендуемые направления повышения квалификации, структурированные по выявленным дефицитам предметной и методической подготовки.

Блок 1. Дефицит: Разрыв между школьной алгеброй и высшей математикой (Геометрия и Тригонометрия)

Учителя часто преподают геометрию как набор заучиваемых теорем, а тригонометрию - как манипуляции с формулами, не объясняя их природу.

Тема курса: «Синтетическая и аналитическая геометрия: единый подход».

Формат: Практикум.

Содержание: Решение одной сложной задачи стереометрии или планиметрии тремя способами: классическим (дополнительные построения), векторно-координатным и через тела вращения. Учителя должны на себе почувствовать, когда выгодно достраивать пирамиду до параллелепипеда, а когда проще составить систему уравнений.

Тема модуля: «Тригонометрический круг как главный инструмент визуализации».

Формат: Мастер-класс.

Содержание: Отказ от таблиц значений в пользу вывода всех формул прямо на уроке из единичной окружности. Методика обучения упрощению выражений без использования десятков заученных тождеств.

Блок 2. Дефицит: Формализм в обучении решению текстовых задач

Ученики умеют подставлять числа в формулу $S = v * t$, но теряются, если задача сформулирована непривычно.

Тема курса: «Математическое моделирование: от сюжета к системе уравнений».

Формат: Стажировка или серия консультаций.

Содержание: Обучение жестким фреймам для разных типов задач (движение, работа, проценты, смеси). Особое внимание уделяется задачам на «совместную работу», где учителя разбирают физический смысл величины производительность.

Тема мероприятия: «Задачи с избыточными и недостающими данными».

Формат: Педагогическая мастерская.

Содержание: Учителя сами составляют условия задач, намеренно убирая одно число или добаввая лишнее. Это развивает навык критического анализа текста перед началом вычислений.

Блок 3. Дефицит: Страх перед задачами с параметром и функциональная грамотность

Параметр воспринимается как «задача для избранных», а графики функций строятся только ради графиков.

Тема курса: «Функционально-графическая грамотность как основа решения задач с параметром».

Формат: Интенсивный курс выходного дня.

Содержание: Переход от аналитического перебора случаев ($D > 0$, $D = 0$) к исследованию взаимного расположения параболы и прямой. Использование динамических чертежей (GeoGebra) для демонстрации того, как изменение параметра сдвигает график.

Тема консультации: «Производная как язык описания процессов».

Формат: Семинар-практикум.

Содержание: Связь экстремумов функции с оптимизацией реальных процессов (нахождение самого дешевого забора, самой вместительной коробки, кратчайшего пути светового луча — принцип Ферма).

Блок 4. Дефицит: Вероятностно-статистическая грамотность (в контексте обновленных ФГОС)

Это направление является новым для многих учителей старой закалки, привыкших к детерминированной математике.

Тема курса: «Преподавание стохастической линии: от комбинаторики к анализу данных».

Формат: Курс повышения квалификации с практическим выходом.

Содержание: Разбор классических парадоксов теории вероятностей (парадокс Монти Холла, дни рождения). Методика обучения различию между средним арифметическим и медианой на примере зарплат в регионе. Как читать инфографику новостей и находить в ней статистические манипуляции.

Тема отдельного мероприятия: «Метод бутстрепа и компьютерного эксперимента на уроках вероятности».

Формат: Тренинг.

Содержание: Показ того, как смоделировать случайное событие (бросок монеты или кости) 10 000 раз в электронной таблице, чтобы ученики визуально увидели закон больших чисел.

Блок 5. Дефицит: Предметно-методические ошибки при подготовке к ОГЭ и ЕГЭ

Учителя знают математику, но не всегда понимают специфику проверки экспертов.

Тема курса: «Экспертиза работ ГИА: критерии и "ловушки" оформления».

Формат: Сертификационный курс.

Содержание: Реальный разбор сканов работ прошлых лет. За что снимают баллы в пункте «Доказательство» в геометрии? Почему решение верное, а балл нулевой (обоснование преобразований)? Как правильно оформлять отбор корней в тригонометрических уравнениях на отрезке.

Тема модульного семинара: «Экономические задачи второй части: дифференцированный vs аннуитетный платеж».

Формат: Лабораторная работа.

Содержание: Построение полных расчетных таблиц в Excel. Учителя должны сами убедиться, почему формула суммы геометрической прогрессии работает быстрее, чем ручной подсчет 24 строк таблицы.

Для преодоления дефицита практической подготовки ИПК рекомендуется внедрять следующие форматы вместо классических лекций:

- «Педагогический патронаж»: Выезд эксперта-консультанта в школу для совместного планирования серии уроков по сложному разделу (например, логарифмы) с последующим совместным анализом проведенного урока.
- Микрообучение (Micro-learning): Короткие видеозарисовки (до 10 минут) с разбором одного конкретного приема (например, «Как быстро умножать на 11» или «Визуализация метода рационализации»).
- Разборы олимпиадных прототипов: Мероприятия, показывающие, как одна сложная идея (принцип Дирихле, инвариант, раскраска) может быть адаптирована для сильного ученика в профильном классе и упрощена для обычного класса в качестве развивающей разминки.

3.3.3. Рекомендации по другим направлениям (при наличии)

Администрациям образовательных организаций

Принять на уровне образовательной организации управленческие решения, направленные на повышение качества образования, в том числе:

- провести анализ потребности педагогов в методической поддержке по вопросам дифференциации обучения;
- организовать выявление лучших практик педагогов по организации дифференцированного обучения;
- организовать трансляцию лучших практик через заседания методических объединений, семинары, практикумы, мастер-классы;
- организовать участие педагогов в методических мероприятиях ГОУ ДПО «Коми республиканский институт развития образования», заседаниях республиканских методических объединений учителей-предметников;
- организовать разработку индивидуальных образовательных маршрутов для педагогов с привлечением регионального методического актива и тьюторов Центра непрерывного повышения профессионального мастерства педагогических работников ГОУ ДПО «Коми республиканский институт развития образования»;
- подключить обучающихся и педагогов к проекту ГОУДПО «Коми республиканский институт развития образования» «Личный кабинет обучающегося по подготовке к ГИА» и контролировать их активность.

СОСТАВИТЕЛИ ОТЧЕТА по учебному предмету: **МАТЕМАТИКА (ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ)**

Специалисты, привлекаемые к анализу результатов ЕГЭ по учебному предмету

Фамилия, имя, отчество	*Место работы, должность, ученая степень, ученое звание, принадлежность специалиста (к региональным организациям развития образования, к региональным организациям повышения квалификации работников образования, к региональной ПК по учебному предмету, пр.)*
Гавзова Татьяна Владимировна	ГОУ «Коми республиканский лицей при Сыктывкарском государственном университете», учитель математики, председатель республиканской предметной комиссии по проверке экзаменационных работ при проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования и единого государственного экзамена по математике
Габова Марина Анатольевна	ГОУДПО «КРИРО», проректор по научно-методической работе, к.п.н, доцент

Специалисты, привлекаемые к проведению методического анализа результатов ЕГЭ по учебному предмету и рекомендаций для региональной системы образования

Фамилия, имя, отчество	*Место работы, должность, ученая степень, ученое звание, принадлежность специалиста (к региональным организациям развития образования, к региональным организациям повышения квалификации работников образования, к региональной ПК по учебному предмету, пр.)*
Габова Марина Анатольевна	ГОУДПО «КРИРО», проректор по научно-методической работе, к.п.н, доцент

Ответственный специалист в Республике Коми по вопросам организации проведения анализа результатов ЕГЭ по учебным предметам

Фамилия, имя, отчество	*Место работы, должность, ученая степень, ученое звание*
Афанасьева Светлана Александровна	ГАУ РК «РИЦОКО», заместитель директора по оценке качества образования